

Capítulo 1

Introducción a los juegos no cooperativos

¿Qué es un juego?

Un modelo que formaliza un problema que involucra a dos o más consumidores, empresas, gobiernos... (**jugadores**) que:

1 Tienen que elegir entre 2 o más opciones a su alcance

2 (**Interdependencia estratégica**) Saben que sus ganancias (**pagos**) dependen de sus elecciones y también de las elecciones de todos y cada uno de los demás

3 (**Conflicto de intereses**) Tienen intereses contrapuestos

Métodos para decidir

| Objetivos | 1 | ≥ 2 |
|-----------|-------------------------|-------------------------------|
| Jugadores | | |
| 1 | Investigación Operativa | Decisión Multicriterio |
| ≥ 2 | Juegos Cooperativos | Juegos no Cooperativos |

Para describir un juego...

- El número de jugadores que participan
- Las reglas del juego: orden de movimientos, opciones disponibles...
- La información que cada jugador tiene en el momento de jugar
- Cómo depende el resultado de cada jugador de las acciones que tomen todos los jugadores (función de pagos o de ganancias)
- La valoración que cada jugador hace de los resultados del juego (preferencias)

Situaciones de interdependencia (I)

- Se pueden asimilar a JC o a JNC
- Rasgo distintivo: La posibilidad o no de firmar acuerdos vinculantes
- **JNC:** Estiliza una situación de conflicto en la que los jugadores no pueden firmar contratos
- El análisis se centra en la motivación individual y egoísta de cada jugador
- No hay posibilidad de cooperación entre algunos o todos los jugadores
- La unidad básica de análisis es el jugador
- **Ejemplo:** Un mercado en el que compiten n empresas, $n \geq 2$ (oligopolio)

Situaciones de interdependencia (II)

1. El juego de Cournot

Varias empresas producen y venden un producto homogéneo

Cada empresa conoce sus costes de producción y también los costes de todas las demás empresas que compiten con ella

Cada empresa sabe cuál es la demanda de mercado

Cada empresa ha de elegir la cantidad a producir (la que max. su beneficio)

Ahora bien, su beneficio depende de su cantidad y de la cantidad que decida producir cada una de las demás

Variable de decisión: ¿Cuánto ha de producir?

Situaciones de interdependencia (III)

- A medida que las posibilidades de cooperación, comunicación y firma de contratos se amplían...
- ... Los JNC se van acercando a los JC
- Un JC es una situación en la que las partes en **conflicto** pueden comunicarse entre sí y suscribir acuerdos vinculantes para decidir qué opciones jugar, existiendo una institución capaz de hacerlos cumplir
- La unidad básica de análisis es la **coalición** (o grupo) de jugadores y la utilidad total que puede obtener cada coalición por sí misma cuando sus miembros optimizan la coordinación de sus estrategias

Situaciones de interdependencia (IV)

- Se trata de que la **coalición** coordine acuerdos en beneficio mutuo – acuerdos que, además, suelen implicar pagos laterales posteriores entre los jugadores (juegos con utilidad transferible o juegos TU)
- Algunos ejemplos:
 1. La constitución de **un grupo de compra** por parte de varias empresas para adquirir un producto del fabricante y aprovechar los rappels
 - ¿Cómo deben repartirse el ahorro que consiguen gracias a la formación del grupo?

Situaciones de interdependencia (V)

2. El juego de la bancarrota

- Una empresa tiene deudas con tres acreedores (1, 2 y 3)
- Al acreedor 1 le debe 1 €, al acreedor 2 le debe 2€ y al acreedor 3 le debe 3€
- La empresa solo tiene 4 € para cubrir estas deudas
- ¿Cómo debe dividirse el valor neto de la empresa entre los acreedores?
- Hay un problema de distribución y tenemos que asignar una cantidad insuficiente para satisfacer las demandas de todos los jugadores implicados en el reparto (los acreedores)

Situaciones de interdependencia (VI)

3. Consejo de Seguridad de la ONU

- Es un organismo de la ONU encargado de mantener la paz y la seguridad entre los países
- Puede tomar decisiones (resoluciones) de obligado cumplimiento
- Formado por 15 países (5 miembros permanentes –China, Francia, UK, Rusia, EE.UU.– y 10 no permanentes, sino elegidos por 2 años como representantes regionales)
- Una resolución requiere voto a favor de al menos 9 miembros (los 5 permanentes y al menos 4 más)
- Los miembros permanentes tienen capacidad de veto
- Este sistema da a cada miembro permanente un mayor poder que a un miembro no permanente

- Pero, ¿cuánto más?

Situaciones de interdependencia (VII)

Estos ejemplos tienen algunos elementos comunes:

- Los jugadores tienen algunos beneficios para compartir (dinero, poder político...)
- La oportunidad de repartir los beneficios proviene de la cooperación de todos los participantes o de un grupo de ellos
- Los participantes son libres de entrar a formar parte de grupos (coaliciones) o no
- Con todo, los participantes tienen objetivos en conflicto: cada miembro de la coalición quiere asegurarse la mayor parte posible del beneficio

La TJC analiza este tipo de situaciones en las que los objetivos de los participantes, al mismo tiempo que están parcialmente en conflicto, permiten que haya una cooperación

Que haya o no cooperación dependerá de los intereses de los jugadores al objeto de obtener el mayor pago posible

Estas situaciones se pueden modelar con juegos cooperativos n-personales en forma de **función característica**

Desarrollo de la TJ

- Von Neumann, J. & O. Morgenstern (1944), *Theory of Games and Economic Behavior* (ver cita completa en bibliografía del libro de referencia)

Es la obra que creó la moderna TJ

- Nash (1950), Equilibrio de Nash (idem)

Salva la restricción de las soluciones de equilibrio de los juegos de suma cero

La mayoría de juegos son de suma distinta de cero

Ejemplos de JNC (I)

- Dominó
- Cualquier juego de cartas
- Tres en raya
- Halcón o paloma (para representar comportamiento agresivo o comportamiento cooperativo). Conocido también como juego del gallina
- Dilema del prisionero (Flood & Dresher, 1950; Tucker, 1950, le puso el nombre)
- Emparejar monedas

Ejemplos de JNC (II)

- Piedra-papel-tijera
- Piratas
- Batalla de los sexos (Luce & Raiffa, 1957)
- Subasta inglesa
- Dilema del viajero (Basu, 1994)

Elementos de un JNC

- Conjunto de jugadores

$$N = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$$

$$N = \{0, 1, 2, \dots, i, \dots, n\}$$

- Reglas del juego
- Info de cada jugador en el momento de decidir
- Función de pagos de cada jugador

$$u_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n): \prod_{i=1}^n S_i \rightarrow R$$

Supuestos (I)

- **Racionalidad:** Cada jugador conoce sus preferencias respecto a una serie de alternativas
 - la función de utilidad (ordinal) en certidumbre o
 - la función de utilidad esperada (cardinal) en incertidumbre

y elige la alternativa preferida

- **Conocimiento común:**
 - 3 individuos , cada uno con un sombrero en la cabeza
 - Puede ser de color blanco o negro
 - Cada uno ve los sombreros que llevan puestos los demás, pero no el que lleva él, y ha de adivinar si su sombrero es blanco. Si falla, le explota una bomba y lo mata
 - Sus opciones son: decir blanco o decir paso

Supuestos (II)

El juego acaba cuando alguien acierta

Resultado de este juego: cada jugador elige paso, una y otra vez... y el juego nunca acaba (nadie gana y el juego no es nada divertido!!)

Ahora alguien desde fuera del juego dice: “Al menos uno de vosotros lleva puesto un sombrero de color blanco”

- Entonces: si uno elige paso y el siguiente también elige paso, el tercer jugador elegirá blanco y gana el juego

Qué novedad hay?

En la situación inicial no se daba ninguna información: **ningún jugador sabe nada**

¿Qué sabe ahora cada jugador?

Sabe, antes de que empiece el juego, que al menos hay un jugador que lleva puesto un sombrero de color blanco...

... y sabe también que los demás saben que él sabe que al menos hay un sombrero de color blanco...

...y sabe también que los demás saben que él sabe que los demás saben que al menos hay un sombrero de color blanco...

... y sabe que los demás saben que él sabe que los demás saben que el sabe que al menos hay un sombrero de color blanco...

....

... es decir, todos saben que todos saben que hay al menos un sombrero blanco

CONOCIMIENTO COMÚN

Tipos de JNC (I)

| | |
|--|---|
| Según la información de los jugadores: | Información perfecta vs. imperfecta |
| | Información completa vs. incompleta |
| | Información simétrica vs. asimétrica |
| Según la contraposición de intereses: | De suma cero vs. de suma distinta de cero |
| Según la acumulación de info: | Estáticos vs. dinámicos |

JNC de info perfecta vs. JNC de info imperfecta (I)

JNC de información perfecta: Cada jugador, cuando juega, conoce todos los movimientos previos de los demás jugadores

Sabe todo lo que sea útil saber en el momento de jugar

Cada conjunto de información de los jugadores es uninodal

■ Ejemplos:

El juego de emparejar monedas, piedra-papel-tijera, dilema del prisionero, batalla de los sexos...

jugado de **forma secuencial** es un juego de **información perfecta**

JNC de info perfecta vs. JNC de info imperfecta (II)

JNC de información imperfecta: No ocurre lo anterior y, por tanto, no se sabe algo que es pertinente para la toma de la decisión

Hay al menos un conjunto de información multimodal

■ Ejemplo:

El juego de emparejar monedas, piedra-papel-tijera, dilema del prisionero, batalla de los sexos...

jugado de **forma simultánea** es un juego de **información imperfecta**

JNC de info completa vs. JNC de info incompleta (I)

JNC de información completa: La estructura del juego es conocimiento común

La forma más habitual de info completa es que las funciones de pago de todos los jugadores sean públicamente conocidas

■ Ejemplo:

Cualquiera de los juegos anteriores (ya sea jugado secuencial o simultáneamente) es de información completa

Dos empresas compitiendo en el mercado y las dos conociendo la demanda y los costes de la rival es un juego (de Cournot o Bertrand) con información completa

JNC de info completa vs. JNC de info incompleta (II)

JNC de información incompleta: Al menos hay un jugador cuya función de pagos es conocimiento privado (**juegos bayesianos**)

■ Ejemplo de JNC con información incompleta:

Dos empresas (1, 2) que compiten en un mercado

Las dos conocen la función de demanda del producto que fabrican

La empresa 1 conoce sus costes y también los costes de la empresa 2 (empresa informada)

Sin embargo, la empresa 2 conoce sus costes pero no los de 1 (empresa no informada)

Este es un juego de información incompleta que puede ser jugado de forma simultánea (Cournot, Bertrand, Hotelling, Salop...) o dinámica (Stackelger)

JNC de info completa vs. JNC de info incompleta (III)

Otros ejemplo de JNC bayesiano:

Una empresa que fabrica un producto y lo pone a la venta

Conoce con exactitud la calidad del producto

Los consumidores no conocen la calidad del producto

¿Qué problema cabe esperar que surja en este contexto?

Un laboratorio de investigación con una innovación patentada

El laboratorio desconoce el valor comercial de la innovación que tiene (la USC, por ejemplo)

Es incapaz de explotarla comercialmente

Concede licencias de explotación a empresas con capacidad de producir un producto con ella

Las empresas conocen mejor que el laboratorio

¿Qué contrato ha de diseñar el laboratorio para max. los beneficios que puede obtener con la o la licencias?

Juego Bayesiano

En particular, JB de señalización (signaling)

Un laboratorio de investigación con una innovación patentada

El laboratorio no conoce el valor comercial de la innovación que tiene

Es incapaz de explotarla comercialmente

Concede licencias de explotación a empresas con capacidad de producir un producto con ella

Las empresas conocen mejor que el laboratorio el valor

¿Qué contrato ha de diseñar el laboratorio para max. los beneficios que puede obtener con la o las licencias?

Juego Bayesiano

En particular, JB de escrutinio (screening)

JNC de info completa vs. JNC de info incompleta (III)

La *transformación de Harsanyi* (Harsanyi 1967/68) permite convertir los juegos de información incompleta en juegos de información completa, pero imperfecta

¿Cómo? Haciendo que la **Naturaleza** sea un jugador más

Su papel es elegir los tipos del jugador informado

Los juegos simultáneos son juegos de info imperfecta

JNC de info simétrica vs. JNC de info asimétrica

JNC de información simétrica: Ningún jugador tiene una información diferente de la de otro cuando mueve o bien en los nodos finales

JNC de información asimétrica: Al menos uno de los jugadores participantes posee una información diferente a la de los demás

Los juegos de info incompleta son juegos de información asimétrica

JNC de suma cero vs. JNC de suma distinta de cero

Juegos de suma cero: Los intereses de los jugadores son totalmente contrapuestos

Lo que uno gana es igual a lo que el otro pierde

En el fútbol: si el equipo que gana obtuviese 1 punto y al equipo que pierde se le descontase 1 punto sería un juego de suma cero

Juegos de suma distinta de cero: No sucede lo anterior

El fútbol, y dado que el equipo que gana obtiene 3 puntos y el que pierde obtiene 0, es un juego de suma distinta de cero

JNC estáticos vs. JNC dinámicos (I)

Juegos estáticos o simultáneos: Los jugadores deciden una sola vez y de manera simultánea

Emparejar monedas

“Chinchimoni”

Dilema del prisionero

Batalla de los sexos

Oligopolio Cournot, Bertrand...

JNC estáticos vs. JNC dinámicos (II)

Juegos dinámicos o secuenciales: Al menos un jugador sabe qué han elegido otros previamente

Dominó

Tres en raya

Duopolio Cournot-Stackelberg o Bertrand-Stackelberg

Modelo de empresa dominante-franja competitiva

Juegos de señalización

JNC de etapa vs. JNC repetidos

Juego one-shot o juego de etapa: Los jugadores interaccionan una sola vez

Juego repetido: El juego de etapa se repite un número finito o infinito de veces por parte de los mismos jugadores

Juego repetido finito

Juego repetido infinito