# Capítulo 3

# Los juegos de información completa en acción

# En este capítulo:

1. JNC estáticos
   - Competencia Cournot
   - Competencia Bertrand
   - Competencia con productos diferenciados
   - Competencia espacial
   - Diferenciación en un contexto electoral
   - Competencia en el mercado laboral
   - Bienes públicos y comportamientos como polizón
   - Bienes comunales
   - Inspección a los trabajadores

2. JNC dinámicos
   - Competencia Cournot-Stackelberg
   - Competencia Bertrand-Stackelberg
   - Hotelling con localizaciones endógenas
   - Negociación secuencial
   - Aranceles y competencia imperfecta

# Juego de Cournot (1838)

- Dos empresas que compiten en una industria
- Cada empresa elige la cantidad que va a producir y vender
- No stocks
- El producto de las dos empresas es homogéneo
- El precio que surja es el que equilibra el mercado
- Los consumidores son pasivos y vienen descritos por $p(Q) = a - bQ$
- Cada empresa produce de acuerdo con $C_i(q_i) = cq_i, i = 1,2,\ c < a$

# Juego Cournot

- La función de pagos de cada empresa es acotada y de clase 2
- Reglas del juego: Competencia à la Cournot
- Todos los elementos del juego son conocimiento común
- $\max \pi_i(q_1, q_2) = p(Q)q_i - cq_i$
- $q_i(q_j) = \frac{a-c-bq_j}{2b}$ Función de reacción de i
- Representarlas gráficamente en el espacio $\{q_1, q_2\}$

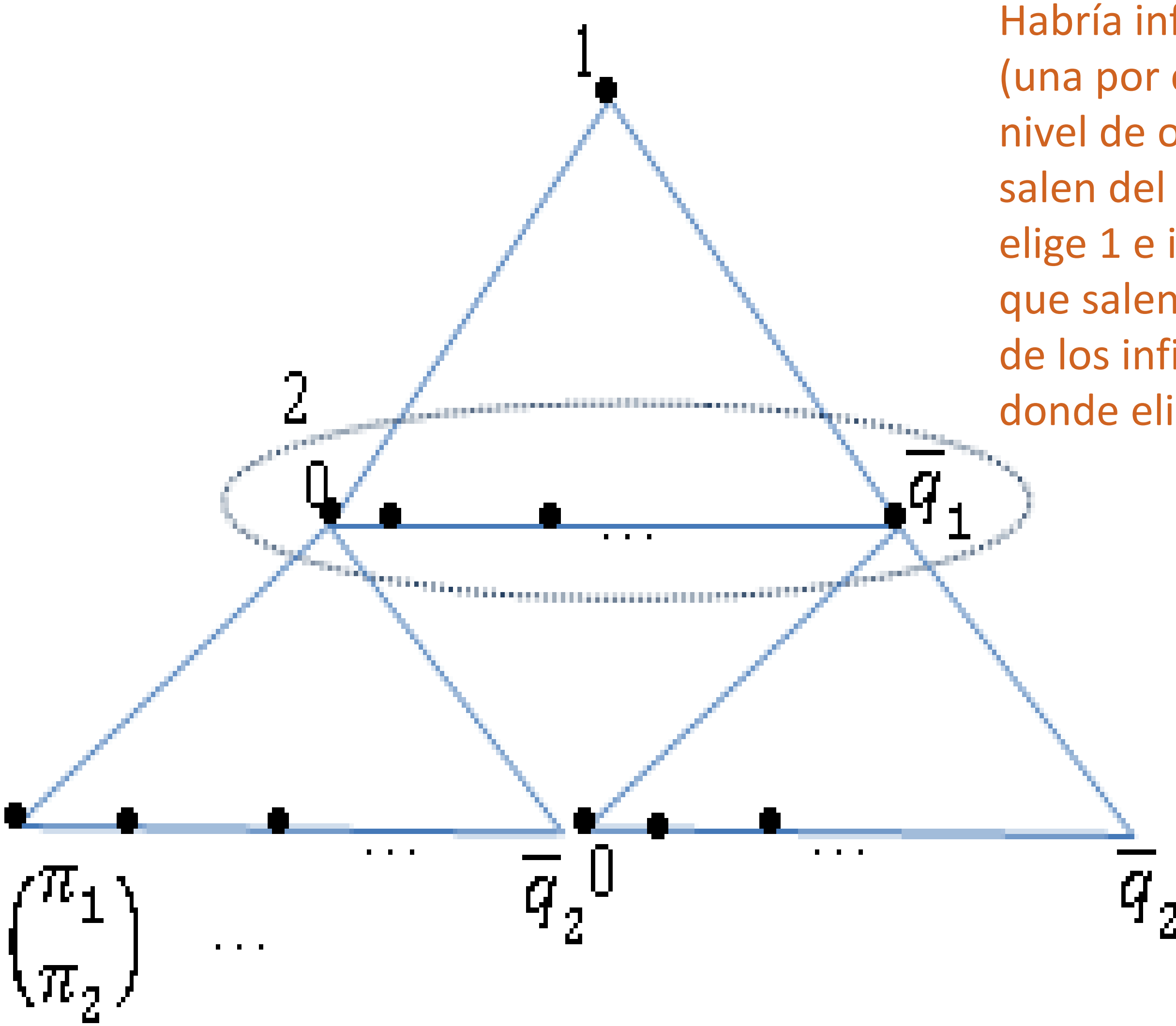
- Son decrecientes. ¿Qué significa?
- Cantidades actúan como sustitutos estratégicos (Bulow et al., 1985)
- Solución: $q_i = \frac{a-c}{3b}$
- Como está obtenida con el criterio de la MR: Es un EN (ECN)
- Es el único ECN
- $p = c + \frac{a-c}{3}$
- $\pi_i = \frac{(a-c)^2}{9b}$

# El duopolio de Cournot en forma normal

| 2 / 1 | $q_2 = \frac{a-c}{b}$ | $q_2 = \frac{a-c}{2b}$ | $q_2 = \frac{a-c}{3b}$ | … |
|---|---|---|---|---|
| $q_1 = \frac{a-c}{b}$ | | | | |
| $q_1 = \frac{a-c}{2b}$ | | | | |
| $q_1 = \frac{a-c}{3b}$ | | | $\frac{(a-c)^2}{9b}, \frac{(a-c)^2}{9b}$ | |
| $\vdots$ | | | | |

- Es un JNC infinito (infinito número de estrategias)
- Dado el output de equilibrio de 2, de los infinitos niveles de output que podría producir 1, el que representa su MR es el que configura EN

# También se puede representar en forma extensiva: una de ellas sería




Habría infinitas ramas (una por cada posible nivel de output) que salen del nodo donde elige 1 e infinitas ramas que salen de cada uno de los infinitos nodos donde elige 2

# La otra forma extensiva sería similar pero situando a la empresa 2 en lo más alto del árbol

- Habría infinitas ramas (una por cada posible nivel de output) que salen del nodo donde elige 2 y también infinitas ramas que salen de cada uno de los infinitos nodos donde elige 1

# En el mercado hay $n$ empresas en lugar de 2

- La generalización es fácil
- Véase el Cap. 3
- La producción de ECN de cada empresa, $q_i = \frac{a-c}{(n+1)b}$, tiende a la de competencia perfecta a medida que aumenta $n$
- El beneficio para cada jugador en el ECN, $\pi_i = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{n+1}\right)^2$, es tal que $\lim_{n\to\infty} \pi_i = 0$
- El precio en el ECN, $p = c + \frac{a-c}{n+1}$, tiende a $c$ (el coste marginal)

# Tarea 1: Cómo será el ECN si...

- La demanda de mercado que enfrentan $n$ empresas es estrictamente convexa como $p(Q) = \frac{a}{Q^{\alpha}}$, donde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$

- Todo lo demás igual

- Hacer en dos escenarios diferentes

  1.i) Costes dados por $C_i(q_i) = c\ q_i$

  1.ii) Costes dados por $C_i(q_i) = \frac{c}{2}\ q_i^2$

# Tarea 2

- Calcular el ECN en condiciones generales
- $n$ empresas
- $p(Q)$, tal que $p'(Q) < 0$ y $p''(Q) \geq 0$
- $C_i(q_i)$, tal que $C_i' > 0$ y $C_i'' \geq 0$
- Hacer primero con 2 empresas y luego con n

# Competencia à la Bertrand (1883)

- Todo igual que en Cournot, salvo que:

- Las empresas compiten fijando el precio de su producto

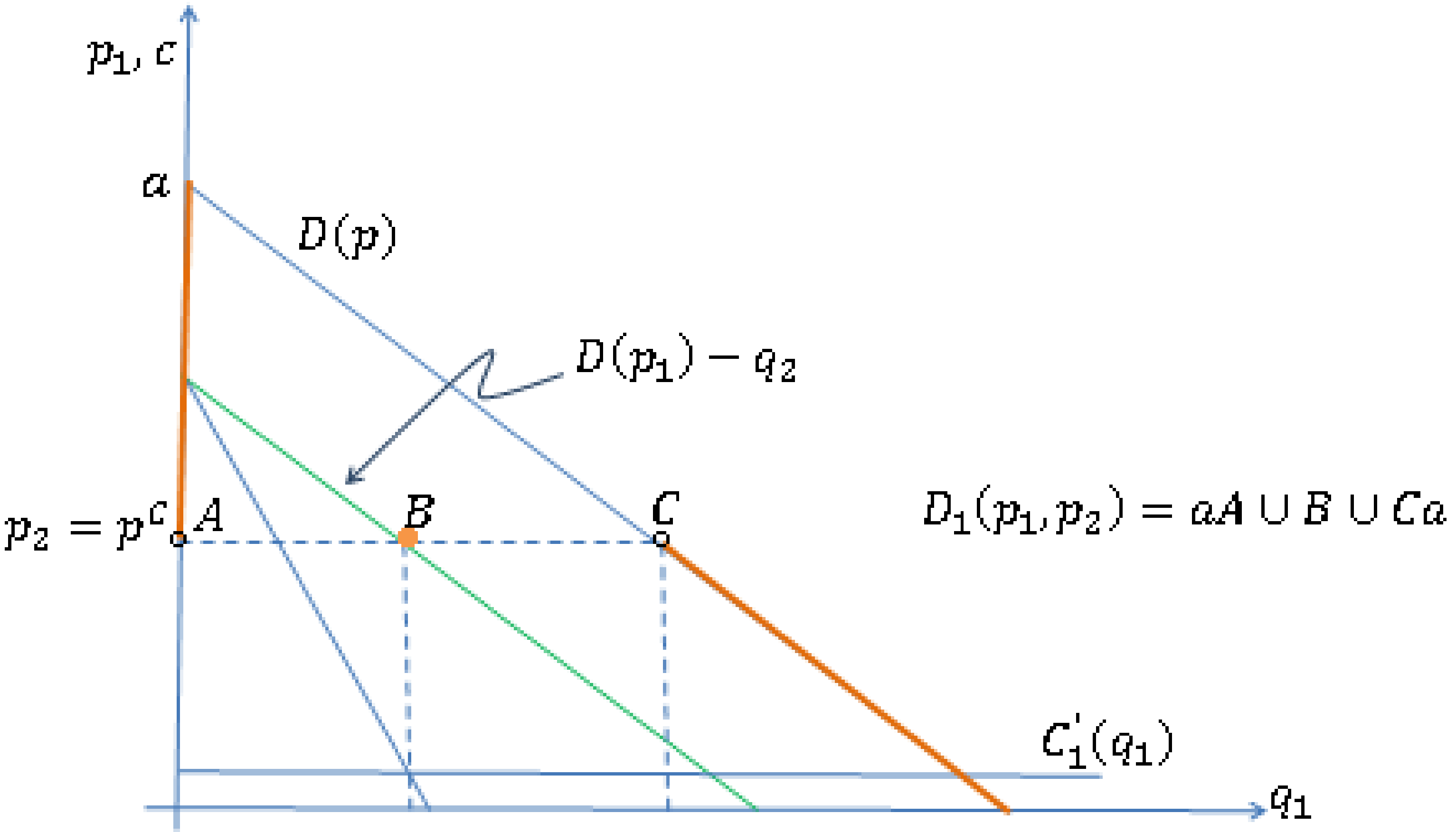
- No limitaciones de capacidad (cada empresa puede abastecer al mercado por si sola)

- ¿A qué resultado llegaremos?
  - A un resultado en el que el precio que fija cada empresa es el nivel del coste marginal

- ¿Qué tipo de resultado es?
  - Un EN (EBN)

- El comportamiento de los consumidores se resume en la función de demanda residual de cada empresa

- $$\widetilde{D}_i = \begin{cases} 0, si\ p_i > p_j \\ \frac{D(p_i)}{2}, si\ p_i = p_j \\ D(p_i), si\ p_i < p_j \end{cases}$$

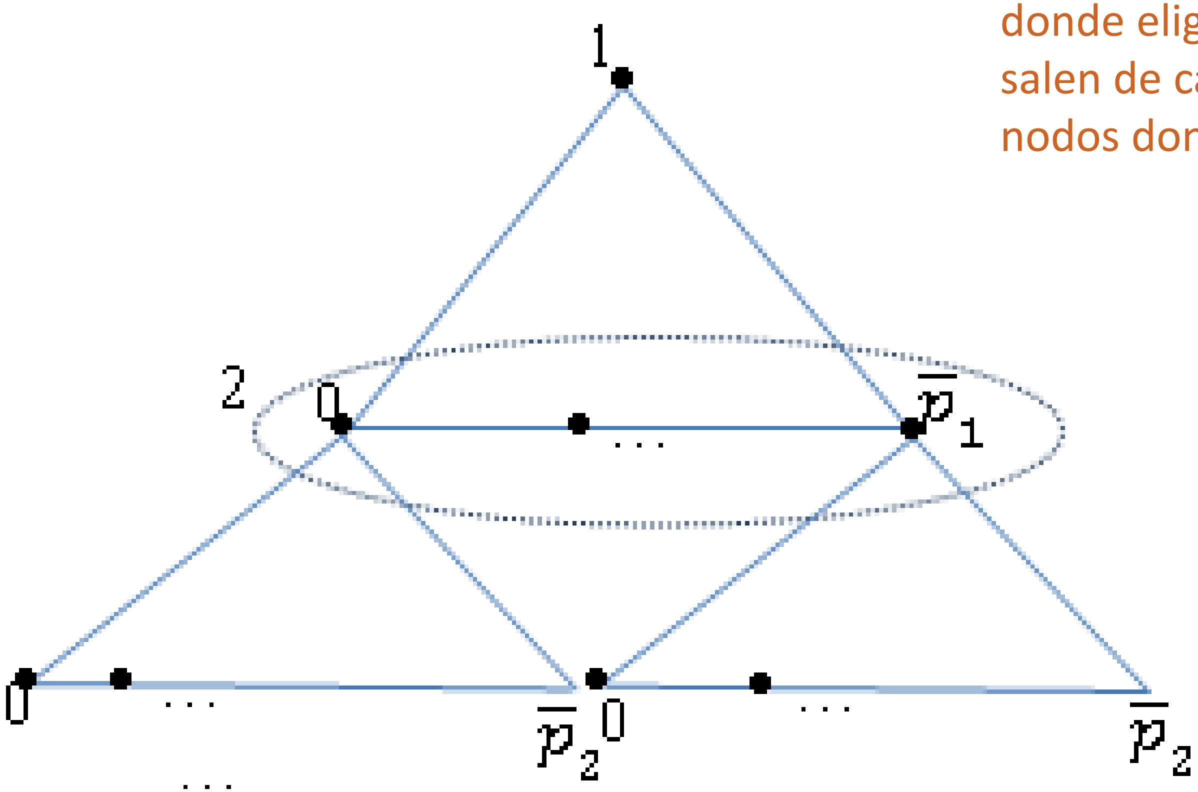

$p_1, c$
$a$
$D(p)$
$D(p_1) - q_2$
$p_2 = p^c$
$A$
$B$
$C$
$D_1(p_1, p_2) = aA \cup B \cup Ca$
$C_1'(q_1)$
$q_1$

# Representación en forma normal

| 2<br>1 | $p_2 = c - \varepsilon$ | $p_2 = c - \varepsilon$ | $p_2 = c$ | … |
|---|---|---|---|---|
| $p_1 = c - \varepsilon$ | | | | |
| $p_1 = c + \varepsilon$ | | | | |
| $p_1 = c$ | | | 0,0 | |
| $\vdots$ | | | | |

# Y en forma extensiva (no es la única!)

Habría infinitas ramas (una por cada posible precio) que salen del nodo donde elige 1 e infinitas ramas que salen de cada uno de los infinitos nodos donde elige 2




$p_1 \in [0, \bar{p}_1]$

$p_2 \in [0, \bar{p}_2]$

- Un EB es un perfil de precios $(p_1^B, p_2^B)$ tales que:

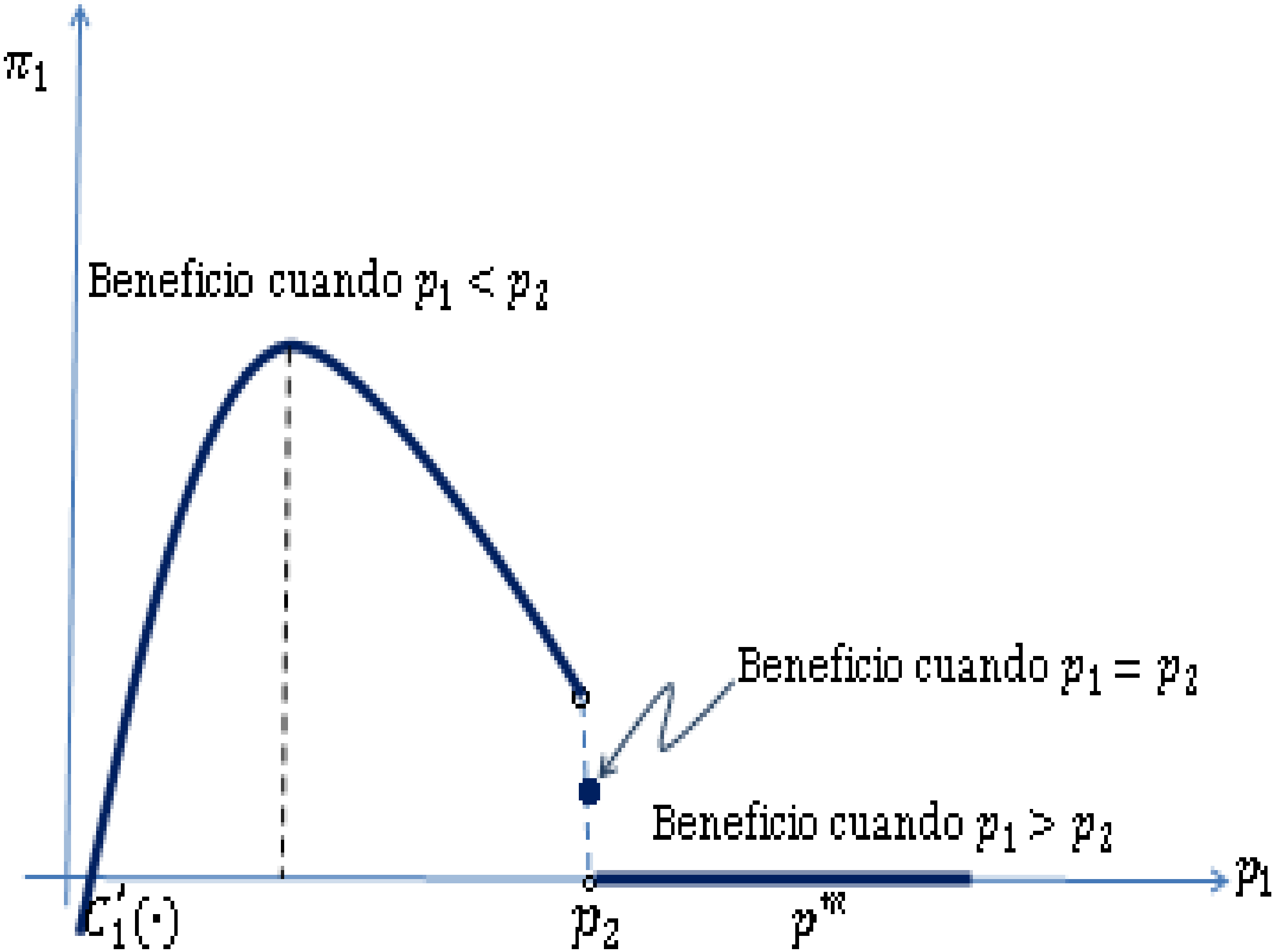
$$\text{Dado } p_j^B, \quad p_i^B = \arg\max_{p_i} \pi_i(\cdot)\ , i,j = 1{,}2; i \neq j$$

- La cantidad que en dicho EB produce cada empresa viene dada por la demanda residual dirigida a dicha empresa

- Pero esto no es más que un EN! Por lo tanto, tenemos un EBN

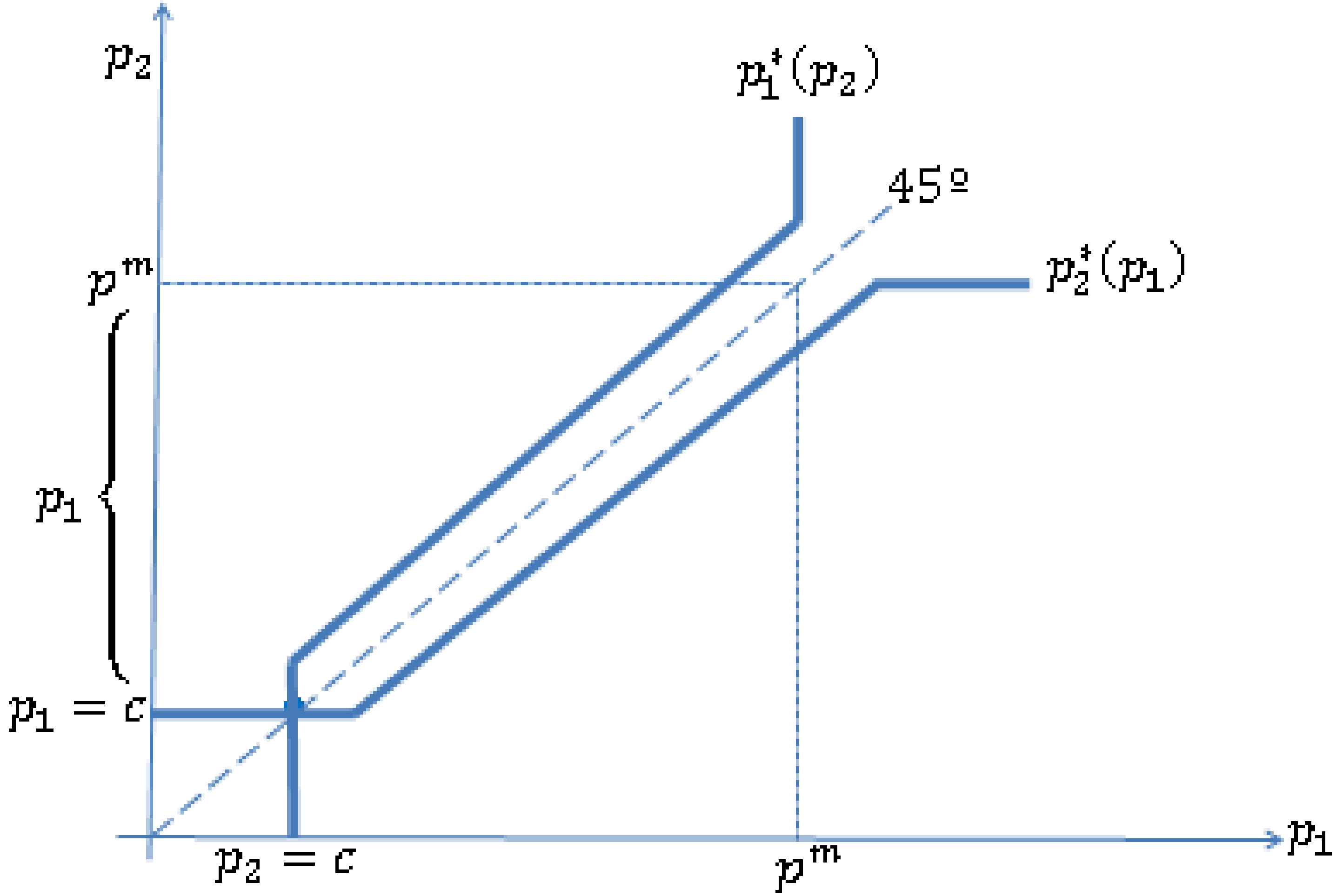
- La función de demanda residual de cada duopolista Bertrand es discontinua

- La función de pagos también será una función discontinua


$\pi_1$
Beneficio cuando $p_1 < p_2$
Beneficio cuando $p_1 = p_2$
Beneficio cuando $p_1 > p_2$
$p_1$
$C_1'(\cdot)$
$p_2$
$p^m$

- La MR de cada jugador no se puede obtener mediante el cálculo

- $p_1^*(p_2) = \begin{cases} c, si\ p_2 \leq c \\ p_2 - \varepsilon, si\ c < p_2 \leq p^m \\ p^m, si\ p_2 > p^m \end{cases}$



$p_2$
$p_1^*(p_2)$
$45º$
$p^m$
$p_2^*(p_1)$
$p_1$
$p_1 = c$
$p_2 = c$
$p^m$
$p_1$

- **Proposición:** Si dos empresas producen bienes homogéneos y compiten fijando precios, el perfil de estrategias de EN es

$$(p_1, p_2) = (c, c)$$

- Demostración: Véase el Cap. 3

- Dos empresas son suficientes para que haya competencia perfecta si las estrategias son precios (Paradoja de Bertrand)

# Tarea 3

- Si en lugar de costes marginales iguales, sucediese:
- $c_1 < c_2$
- ¿Qué pasaría?

# Competencia simultánea con producto diferenciado

- Que los productos que fabrican las empresas sean **homogéneos** significa que

$$\left|\frac{\partial q_i}{\partial p_j}\right| = \left|\frac{\partial q_i}{\partial p_i}\right|$$

- El efecto-precio cruzado es el mismo que el efecto-precio directo

- La función de demanda de cada empresa es, por ejemplo,

$$q_i(p_i, p_j) = a - bp_i + bp_j$$

- Que los productos sean **diferenciados** significa que

$$\left|\frac{\partial q_i}{\partial p_j}\right| < \left|\frac{\partial q_i}{\partial p_i}\right|$$

- La función de demanda residual es $q_i(p_i, p_j) = a - bp_i + dp_j$, donde $|d| < |b|$

# Cournot

- Similar a cuando los bienes eran homogéneos
- El margen precio-coste es mayor
- Por ejemplo, si $p_i(q_i, q_j) = a - q_i - dq_j \quad (b = 1, \text{con lo cual } d \in (-1\,, 1)$
    - Si $d \in (-1\,, 0)$ ⇨ Bienes complementarios
    - Si $d = 0$ ⇨ Bienes independientes
    - Si $d \in (0,1)$ ⇨ Bienes sustitutivos

- Costes marginales de ambas empresas $c$

$$q_i(q_j) = \frac{a-c}{2} - \frac{d}{2} q_j, \; i, j = 1,2; \, i \neq j$$

- La pendiente de las funciones de MR depende de la naturaleza de los bienes

- El ECN es el perfil de cantidades $\left(\frac{a-c}{2+d}, \frac{a-c}{2+d}\right)$
- El precio al que se vende cada producto es $c + \frac{a-c}{2+d}$
- El beneficio que obtiene cada empresa es $\left(\frac{a-c}{2+d}\right)^2$
- Hacer estática comparativa variando la naturaleza de los productos
  - Qué sucede cuando son sustitutivos
  - Independientes
  - Complementarios

# Bertrand

- Deja de producirse la paradoja de Bertrand

- Si invertimos el sistema de funciones de demanda residuales de las empresas, se obtiene

$$q_i(p_i, p_j) = \frac{a}{1+d} - \frac{1}{1-d^2} p_i + \frac{d}{1-d^2} p_j$$

- Las funciones de MR son

$$p_i(p_j) = \frac{a(1-d)+c}{2} + \frac{d}{2} p_j$$

- La pendiente depende de la naturaleza de los bienes

- Si los bienes son sustitutivos, los precios actúan como complementos estratégicos (Bulow et al., 1985)

- Viceversa, si son complementarios

- El EBN es el par de precios $\left(\frac{a(1-d)+c}{2-d}, \frac{a(1-d)+c}{2-d}\right)$

- Desaparece la paradoja de Bertrand, ya que $\frac{a(1-d)+c}{2-d} > c \iff c < a$ (hipótesis)

- El beneficio que obtiene cada empresa es $\frac{1-d}{1+d}\left(\frac{a-c}{2-d}\right)^2 > 0$

- Una forma de evitar la "guerra de precios" que subyace en la paradoja de Bertrand y que lleva a las empresas a obtener un beneficio nulo es **diferenciar** su producto

# Diferenciación horizontal: Hotelling (1929)

Una playa de longitud unitaria

Dos puestos de helados (A y B) ubicados en 0 y 1, resp. (los extremos)


Los helados son idénticos

Los bañistas se distribuyen uniformemente en el intervalo [0,1]

Cada helado se produce a un coste $c$

- Cada bañista compra 1 helado o no compra ninguno

- Adquirir un helado le cuesta a un bañista situado en $x$ (coste de transporte) $tx^2$ si lo compra en A y $t(1-x)^2$ si lo compra en B

- Coste total es $p_A + tx^2$ si lo compra en A y $p_B + t(1-x)^2$ si lo compra en B

- La utilidad de cada consumidor es $U = s - p - td^2$ siendo $d$ la distancia que le separa del producto

# Supongamos que las localizaciones están dadas

- Objetivo de cada empresa: determinar su precio óptimo, dadas las ubicaciones
- El consumidor situado en $x$ estará indiferente entre comprar en $A$ o comprar en $B$ si $s - p_A - tx^2 = s - p_B - t(1-x)^2$
- Resolviendo, $x = \frac{p_B - p_A + t}{2t}$
- $q_A = \int_0^x 1dz = z]_0^x = x = \frac{p_B - p_A + t}{2t}$
- $q_B = \int_x^1 1dz = z]_x^1 = 1 - x = \frac{p_A - p_B + t}{2t}$
- A partir de la función de beneficios de cada empresa $(p_i - c)q_i$
- Se obtienen las funciones de MR

- El EHN es $(c + t, c + t)$
- El beneficio de cada empresa es $\frac{t}{2}$
- Cuanto mayor sea t, más diferenciados están los productos
- Mayor es el precio que las empresas pueden fijar
- Mayor es el beneficio que cada una obtiene
- Si $t > 0$, desaparece la paradoja de Bertrand
- Ahora la diferenciación está dada por el coste de transporte para adquirir el producto ($t = 0$ da lugar a la paradoja)

# Diferenciación en un contexto electoral

- Un país formado por 100 individuos, $i = 1,2, \ldots, 100$
- Cada uno tiene una riqueza $m_i$
- Está interesado en el consumo de un bien privado, $x$, y un bien público, $y$ (que determina el gobierno)
- Las preferencias son $u_i = \alpha_i \ln y + (1 - \alpha_i) \ln x_i$
- Los individuos se reparte uniformemente en cinco grupos según el valor de $\alpha_i$:
  - $\alpha_i = \frac{1}{6}$ (grupo A)
  - $\alpha_i = \frac{1}{5}$ (grupo B)
  - $\alpha_i = \frac{1}{4}$ (grupo C)
  - $\alpha_i = \frac{1}{3}$ (grupo D)
  - $\alpha_i = \frac{1}{2}$ (grupo E)

- El gasto público ha de estar financiado con un impuesto sobre la riqueza igual para todos
- El tipo impositivo es $t$
- El presupuesto público ha de estar equilibrado
- $t$ es determinado por el gobierno que salga de las urnas
- Dos partidos (1 y 2) compiten electoralmente
- Todos los individuos votan
- El partido que gana la elección obtiene 1 y el que pierde obtiene -1
- Si hay empate, ambos partidos obtienen 0

- La tasa impositiva preferida por cada individuo es

- $t_i = \arg\max \alpha_i \ln t_i m + (1-\alpha_i)\ln(1-t_i)m_i$

donde $m = m_i + \sum_{j \neq i}^{100} m_j$

- La solución es $t_i^* = \alpha_i$

- Entonces, el EN del juego político se puede obtener a partir de la forma normal del mismo

| 2 / 1 | $t_2 = \frac{1}{6}$ | $t_2 = \frac{1}{5}$ | $\boldsymbol{t_2 = \frac{1}{4}}$ | $t_2 = \frac{1}{3}$ | $t_2 = \frac{1}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $t_1 = \frac{1}{6}$ | $0,0$ | $-1,1$ | $-1,1$ | $-1,1$ | $0,0$ |
| $t_1 = \frac{1}{5}$ | $1,-1$ | $0,0$ | $-1,1$ | $0,0$ | $1,-1$ |
| $\boldsymbol{t_1 = \frac{1}{4}}$ | $1,-1$ | $1,-1$ | $0,0$ | $1,-1$ | $1,-1$ |
| $t_1 = \frac{1}{3}$ | $1,-1$ | $0,0$ | $-1,1$ | $0,0$ | $1,-1$ |
| $t_1 = \frac{1}{2}$ | $0,0$ | $-1,1$ | $-1,1$ | $-1,1$ | $0,0$ |

- El EN consiste en que la propuesta de los partidos es $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$
- Principio de la mínima diferenciación

# Equipos y esfuerzo

- Consideremos $n$ individuos, $i = 1, \dots, n$, que forman un determinado equipo de trabajo
- Cada individuo debe ejercer un determinado nivel de esfuerzo, $e_i \geq 0$, para que el equipo sea capaz de desarrollar un nuevo producto
- Ninguno observa el esfuerzo de los demás
- El valor del producto depende del esfuerzo de los miembros del equipo, de acuerdo con la función de producción $v = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{e_i}$
- Una vez completado el proyecto, cada integrante del equipo recibe la (misma) remuneración $w_i = \frac{v}{n}$
- Todos los miembros del equipo tienen idénticas preferencias dadas por la función de utilidad $u_i(w_i, e_i) = w_i - e_i$

# Nivel de esfuerzo socialmente óptimo

- El que maximiza la suma de las utilidades

$$\max_e \frac{n\sqrt{e}}{n} - e$$

- $e_i^O = \frac{1}{4}$

- Esfuerzo óptimo del equipo es $ne_i^O = \frac{n}{4}$ y el valor del proyecto es $v^O = \frac{n}{2}$

- Remuneración de cada miembro en esta solución óptima es $w^O = \frac{1}{2}$ y la utilidad que obtiene es $u^O = \frac{1}{4}$

# Nivel de esfuerzo óptimo para cada individuo (nivel del EN)

- Cada miembro resuelve

$$\max_{e_i} u_i = \frac{\sqrt{e_i} + \sum_{j \neq i} \sqrt{e_j}}{n} - e_i$$

- $e_i^* = \frac{1}{4n^2}$ es el esfuerzo correspondiente al EN

- Esfuerzo total del equipo $ne_i^* = \frac{1}{4n}$, el valor del proyecto es $v^* = \frac{1}{2}$ y la remuneración de cada miembro, $w_i^* = \frac{1}{2n}$

- Utilidad de cada individuo es $u_i^* = \frac{2n-1}{4n^2}$ (menor que la utilidad óptima siempre y cuando $n > 1$)

- Si $n > 1$, el esfuerzo de cada individuo en el equilibrio de Nash es inferior al óptimo
- Esto significa que cada miembro se comporta como un polizón, esperando que sean los demás los que se esfuercen y que su menor contribución apenas se note en el resultado final porque es una simple gota de agua en un cubo
- La diferencia existente entre ambos esfuerzos, $e_i^O - e_i^*$, es mayor a medida que aumenta el tamaño del equipo, lo cual significa que el incentivo a vaguear se intensifica conforme el equipo es más grande

# Bienes comunales

- Un bien que pertenece a un determinado grupo de individuos y puede ser disfrutado indistintamente por cualquiera de ellos, pero no por nadie de fuera del grupo

- A ningún miembro de este colectivo se le puede impedir consumirlo (no exclusión) y el uso que un individuo haga del bien disminuye la cantidad disponible para los demás (rivalidad)

- Por ejemplo, una tierra de pastoreo comunal reúne estas características

# El modelo

- Consideremos un prado al que un pastor lleva a pastar sus ovejas
- El beneficio por cada oveja (mejor o peor alimentada) depende de la cantidad de hierba que haya en el prado, lo cual depende a su vez del número de ovejas que pasten
- Dicho beneficio es $\pi(n) = a - n^2$, donde $n$ denota la cantidad de reses, y que el coste de llevar cada res al prado es $c$, $c < a$
- El número óptimo de ovejas que debe llevar al prado es el que maximiza el beneficio neto total

$$\pi(n) = (a - n^2 - c)n$$

*RESULTADO: Si un solo pastor utiliza el ejido, el número de ovejas que pastan en él es* $n^* = \sqrt{\frac{a-c}{3}}$ *y el beneficio (máximo) que obtiene es* $\pi^* = 2\sqrt{\left(\frac{a-c}{3}\right)^3}$

- **¿Y si son dos pastores (los pastores 1 y 2)?**

El problema del pastor 1 sería

$$\max \pi_1(n_1, n_2) = (a - (n_1 + n_2)^2 - c)n_1$$

y la MR será

$$n_1(n_2) = \sqrt{\frac{a-c}{2}} - n_2$$

*RESULTADO: Si dos pastores utilizan el prado, cada uno llevará* $n_i^* = \sqrt{\frac{a-c}{8}}$ *ovejas en EN, con lo cual su beneficio es* $\pi_i^* = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a-c}{2}\right)^3}$ *y la ganancia total de los dos pastores asciende a* $\pi^* = \sqrt{\left(\frac{a-c}{2}\right)^3}$

- El beneficio total disminuye

- La CPO del pastor 1 es

$$-2(n_1 + n_2)n_2 + a - (n_1 + n_2)^2 - c = 0$$

- El término $a-(n_1+n_2)^2-c$ es la rentabilidad directa de llevar una oveja más (oveja marginal) al prado

- El término $-2(n_1+n_2)n_1$ es el efecto negativo que provoca esa oveja marginal en las ovejas que ya ha llevado (ovejas inframarginales)

- Además, cada pastor provoca una externalidad negativa sobre el otro cuando decide la intensidad con la que explota el prado: compensa, mediante su rentabilidad positiva directa, solo el efecto negativo que sobre él tiene llevar una oveja marginal por su parte, en lugar de compensar el efecto negativo que sobre el conjunto de los dos tiene llevar una oveja adicional por su parte

- Sobreexplotación

# Juegos dinámicos con información completa: Cournot-Stackelberg (1934)

- Una industria en la que operan dos empresas que producen un bien homogéneo a los ojos de los consumidores y compiten a través de cantidades

- La función de demanda es $p(Q) = a - bQ$, donde $Q$ es el output total producido por las dos empresas, $Q = \sum_i q_i$

- Ambas empresas tienen el mismo coste marginal (constante) de producción, $c > 0$

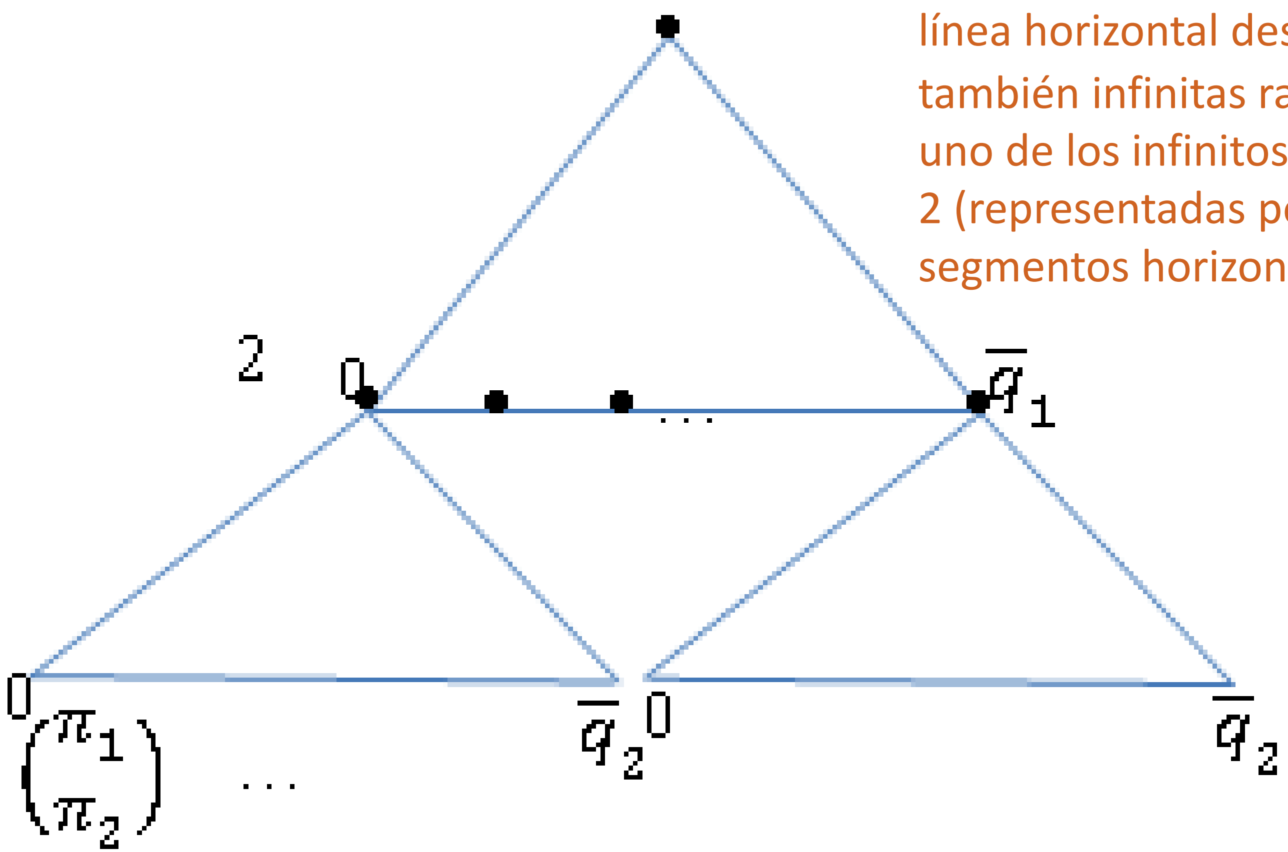
# Juegos dinámicos con información completa: Cournot-Stackelberg (1934)

- Una de las empresas —la empresa 1— decide en primer lugar su nivel de producción $q_1$ (empresa líder): **Compromiso**

- La empresa 2 (empresa seguidora) observa $q_1$ y, a continuación, decide su propio nivel de producción, $q_2$

- Tenemos un JNC secuencial en el que el jugador 2 observa la decisión del jugador 1 antes de tomar su propia decisión, a diferencia de lo que sucede en el duopolio de Cournot (o el de Bertrand), que es un JNC simultáneo

# Forma extensiva




Habría infinitas ramas (una por cada posible nivel de producción) que salen del nodo donde elige 1 )representadas por la línea horizontal desde 0 hasta $\bar{q}_1$) y también infinitas ramas que salen de cada uno de los infinitos nodos de la empresa 2 (representadas por cada uno de los segmentos horizontales desde 0 hasta $\bar{q}_2$)

- Infinitos subjuegos
- ENPS: Es EN en todos y cada uno de los subjuegos del juego
- Por inducción hacia atrás: A partir de

$$\pi_2\big(q_1, q_2(q_1)\big) = \big(a - c - bq_1 - bq_2(q_1)\big)q_2(q_1)$$

- $q_2(q_1) = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}q_1$
- Ahora

$$\pi_1(q_1) = \big(a - c - bq_1 - bq_2(q_1)\big)q_1, \text{ s.a: } q_2(q_1) = \frac{a-c-bq_1}{2b}$$

- $q_1 = \frac{a-c}{2b}$
- $q_2 = \frac{a-c}{4b}$

ESC: ENPS $(q_1, q_2) = \left(\frac{a-c}{2b}, \frac{a-c}{4b}\right)$

No es un EN del juego simultáneo:

¿Por qué?

Porque $\frac{a-c}{2b}$ no es la MR de 1 a $\frac{a-c}{4b}$ ni $\frac{a-c}{4b}$ es la MR de 2 a $\frac{a-c}{2b}$ (de un juego jugado de forma simultánea)

Es un EN (es ENPS y, por tanto, es EN) de un juego secuencial

# Resultado: Ventaja del primer movimiento

- Mover primero es una ventaja porque anunciar el output antes que nadie es un hecho consumado (*fait accompli*): sin importar lo que haga 2, 1 decidirá producir una elevada cantidad y, por tanto, 2, para maximizar su beneficio, debe tomar esta elevada cantidad como un compromiso (amenaza creíble) y producir ella una cantidad pequeña; si produjese una cantidad elevada, haría caer el precio y ambas empresas (ella también) tendrían pérdidas, lo cual es irracional

# Tarea 5

- Calcula cuánto supone, en términos de beneficios, la ventaja de mover primero cuando los productos son homogéneos
- Vuelve a calcular dicha ventaja si los productos son heterogéneos
- ¿En qué situación es mayor la ventaja de mover primero? ¿Por qué?

# Stackelberg-Bertrand

- Hacer como Tarea (Tarea 6)
- Con producto diferenciado
- Resultado: Desventaja de mover el primero / Ventaja de mover el último (dependiendo de la naturaleza de los productos). Ventaja si los productos son sustitutivos
- ¿Es mover el último siempre una ventaja cuando se compite en precios y los productos son sustitutivos? Analizar con costes marginales crecientes como $C_i(q_i) = \frac{c}{2} q_i^2$

# Aranceles y competencia imperfecta

- Dos países, $i = 1{,}2$, en los que hay sendas empresas que producen un bien homogéneo. Cada empresa destina una cierta cantidad al mercado doméstico y otra cantidad la exporta al mercado del otro país
- El gobierno de cada país $i$ impone un arancel $t_i$ por unidad de producto importado del país $j$
- Los consumidores de cada país son pasivos y configuran la demanda $p(Q_i) = \text{máx}\,\{0, a - Q_i\}$, donde $Q_i$ es la cantidad del producto existente en el mercado de dicho país y $a > 0$ es el tamaño del mercado

# Aranceles y competencia imperfecta

- La empresa del país $i$ produce $d_i + e_i$ unidades del producto: $d_i$ para el mercado doméstico y $e_i$ unidades para el mercado extranjero

- Su coste de producción es $C_i(d_i + e_i) = c \cdot (d_i + e_i), c > 0$

- La empresa $i$ tiene que pagar $t_j e_i$ al país $j$ en aranceles para poder vender en $j$ la producción $e_i$ destinada a la exportación

- La cantidad de producción existente en el mercado de cada país $i$ es $Q_i = d_i + e_j \ \ (i, j = 1, 2; i \neq j)$

# Secuencia de movimientos de los jugadores

| | | | |
|---|---|---|---|
| Gobiernos deciden los aranceles | Empresas observan los aranceles | Empresas deciden las cantidades a producir | Resultados para los jugadores |

- Función de pagos de cada empresa

$$\pi_i(t_i, t_j, d_i, d_j, e_i, e_j)$$
$$= \left(a - (d_i + e_j)\right) d_i + \left(a - (e_i + d_j)\right) e_i - c \cdot (d_i + e_i) - t_j e_i$$

- Función de pagos de cada gobierno

$$W_i(t_i, t_j, d_i, d_j, e_i, e_j) = \frac{1}{2} Q_i^2 + \ \pi_i(t_i, t_j, d_i, d_j, e_i, e_j) + t_i e_j$$

# Por inducción hacia atrás buscamos el ENPS

- En $t = 2$, si las empresas compiten a través de cantidades, la estrategia colectiva $\left((d_1^*, e_1^*), (d_2^*, e_2^*)\right)$ es un EN si, y solo si, la estrategia de cada empresa $i$ resuelve el problema

$$\max_{d_i \geq 0, e_i \geq 0} \pi_i\left(t_i, t_j, d_i, e_i, d_j^*, e_j^*\right)$$

- Este problema equivale a dos optimizaciones separables:

$$\max_{d_i \geq 0} d_i\left(a - \left(d_i + e_j^*\right) - c\right) \text{ y } \max_{e_i \geq 0} d_i\left(a - \left(e_i + d_j^*\right) - c\right) - t_i e_j$$

- Si suponemos que $e_j^* \leq a - c$ y $d_j^* \leq a - c - t_j$, llegamos a las funciones de mejor respuesta

$$d_i^* = \frac{1}{2}\left(a - e_j^* - c\right) \qquad \text{y} \qquad e_i^* = \frac{1}{2}\left(a - d_j^* - c - t_j\right)$$

las cuales dan lugar a $d_i^* = \frac{a-c-t_i}{3}$ y $e_i^* = \frac{a-c-2t_j}{3}$, $i = 1,2$

como EN en el subjuego de t=2

- En $t = 1$, la función de pagos del gobierno $i$ se convierte en

$$W_i\left(t_i, t_j, d_1^*(t_1), e_1^*(t_2), d_2^*(t_2), e_2^*(t_1)\right) = W_i\left(t_i, t_j\right)$$

- La solución es $t_i^* = \frac{a-c}{3}$, $i = 1{,}2$, que es una estrategia dominante para cada gobierno (**COMPROBAR**)

- Por último, $d_i^* = \frac{4(a-c)}{9}$ y $e_i^* = \frac{a-c}{9}$

- PUNTO DE REFERENCIA: Si los gobiernos cooperasen (óptimo social)

$$\max_{t_1,t_2 \geq 0} W_1(t_1, t_2) + W_2(t_1, t_2)$$

- tendríamos $t_1^O = t_2^O = 0$ en $t = 1$ y las empresas producirían las cantidades $d_i^O = \frac{a-c}{3}$ y $e_i^O = \frac{a-c}{3}$ en $t = 2$

- En definitiva, el juego anterior tiene una única solución (ENPS) y es ineficiente desde el punto de vista social