Capítulo 7

Aplicaciones de los juegos bayesianos dinámicos

- En un mercado en el que compitan dos (o más) empresas y una de ellas toma decisiones antes que la otra u otras puede suceder que cada empresa conozca su coste de producción y, sin embargo, ninguna conozca los costes de las demás.
- Es posible que la empresa que mueva en primer lugar tenga incentivos a comunicar, a través de la magnitud de su acción, que es de un tipo (coste bajo o coste alto, por ejemplo) y no de otro
- Si esto es así, la empresa líder moviendo y cuyo coste marginal de producción (bajo o alto) sea desconocido por la empresa seguidora puede tener interés en producir un elevado nivel de output (mayor, por ejemplo, que con IC) para comunicar que su coste es bajo a la empresa seguidora y, mostrándose más agresiva, inducir a esta última a que reduzca su nivel de producción

- El fabricante de un producto, que conoce la verdadera calidad del producto, mientras que los compradores no, puede tener incentivo a realizar alguna acción (acompañar la venta del producto con una garantía, realizar un elevado nivel de publicidad, fijar un precio elevado, etc.) para transmitir a los compradores que el producto es de alta calidad.
- Una empresa cuyo coste marginal de producción sea desconocido para un potencial entrante en el mercado puede estar tentada a producir un elevado nivel de output con la intención de comunicar al potencial entrante que su coste de producción es reducido y que, por tanto, será agresiva y luchará contra su entrada

- Una empresa que contrata a un trabajador puede desconocer la verdadera productividad del trabajador
- El trabajador puede tener una idea más aproximada de dicha productividad
- El trabajador podría estar interesado en destinar recursos y esfuerzo a conseguir una titulación que lo acredite como un de alta productividad (aunque dicho proceso de educación no sirva necesariamente para aumentar dicha productividad) para tratar de obtener el mayor salario posible

- Una compañía de seguros que sabe que los asegurados son heterogéneos pero no conoce cuál es el riesgo concreto de un determinado asegurado y, por tanto, está en desventaja informativa con respecto al asegurado, tiene que decidir su estrategia óptima (el contrato de seguro que ha de ofrecer al asegurado), sabiendo que el asegurado decidirá aceptar o rechazar el contrato una vez que lo haya observado

Competencia secuencial con información incompleta

- Un mercado en el que operan las empresas 1 y 2.
- Ambas fabrican un producto idéntico a los ojos de los consumidores y compiten en cantidades.
- La función de demanda de mercado es $p(q) = \text{máx } \{0, 1 -$

- En $t = 1$ la empresa 1 decide qué cantidad producir (empresa líder)
- En $t = 2$, la empresa 2, una vez que ha observado el nivel de producción de la empresa 1, decide cuánto producir ella (empresa seguidora).
- Esta situación es un juego bayesiano dinámico cuyos espacios de estrategias de los jugadores son $\mathcal{S}_1 = \{q_1 | q_1 \in [0, +\infty)\}$ y $\mathcal{S}_2 = \{q_2(q_1) | q_2(q_1) \in [0, +\infty)\}$, y cuyos conjuntos de tipos son $\mathcal{T}_1 = \{\underline{c}, \overline{c}\}, \overline{c} > \underline{c},$ y $\mathcal{T}_2 = \{c\}$

- Al tratarse de un juego dinámico, utilizamos un argumento de inducción hacia atrás para calcular el EB
- Empezamos por el final del juego, $t = 2$, que es el momento en el que la empresa 2 adopta su estrategia. Dicha estrategia es la que resuelve el problema

$$\max_{q_2} \pi_2 = \big(1 - c - E[q_1] - q_2(E[q_1])\big) q_2(q_1)$$

- La MR de 2 es

$$q_2(E[q_1]) = \frac{1 - c - E[q_1]}{2}$$

- En $t=1$, la empresa 1 de tipo $\underline{c}$ resuelve el problema

$$\max_{q_1(\underline{c})} \pi_1(\underline{c}\,) = \left(1-\underline{c}-q_1(\underline{c})-q_2(E[q_1])\right) q_1(\underline{c})$$

y

$$q_1(\underline{c}) = \frac{1-\underline{c}-q_2(E[q_1])}{2}$$

- y la empresa 1 de tipo $\overline{c}$ resuelve el problema

$$\max_{q_1(\overline{c})} \pi_1(\overline{c}\,) = \left(1-\overline{c}-q_1(\overline{c})-q_2(E[q_1])\right) q_1(\overline{c})$$

de donde

$$q_1(\overline{c}) = \frac{1-\overline{c}-q_2(E[q_1])}{2}$$

El EB del juego de Stackelberg-Cournot cuando la empresa seguidora (empresa 2) no conoce la función de pagos de la empresa líder (empresa 1) es el conjunto de estrategias o niveles de producción

$$\left\{\left(q_1^*(\underline{c}), q_1^*(\overline{c}), q_2^*\right)\right\} =$$

$$\left\{\left(\frac{2-(3+\gamma)\underline{c}-(1-\gamma)\overline{c}+2c}{6}, \frac{2-(4-\gamma)\overline{c}-\gamma\underline{c}+2c}{6}, \frac{1-2c+\gamma\underline{c}+(1-\gamma)\overline{c}}{3}\right)\right\}$$

Resultados para las empresas y los consumidores en los dos contextos informacionales. Valores de los parámetros: $c = \frac{1}{8}, \underline{c} = 0, \overline{c} = \frac{1}{4}$ y $\gamma = \frac{1}{2}$

	q_1	q_2	Q	p	π_1	π_2
Información completa y empresa líder de tipo $\underline{c}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\left(\frac{3}{8}\right)^2$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$
Información incompleta y empresa líder de tipo $\underline{c}$	$\frac{17}{48}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{31}{48}$	$\frac{17}{48}$	$\left(\frac{17}{48}\right)^2$	$\left(\frac{7}{24}\right)^2$
Información completa y empresa líder de tipo $\overline{c}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\left(\frac{5}{24}\right)^2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^2$
Información incompleta y empresa líder tipo $\overline{c}$	$\frac{11}{48}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{25}{48}$	$\frac{23}{48}$	$\left(\frac{11}{48}\right)^2$	$\left(\frac{7}{24}\right)^2$

- *En un contexto de competencia en cantidades y en el que la empresa líder puede ser de varios tipos y la empresa seguidora desconoce dicho tipo sucede:*
- *a) La empresa líder prefiere que la seguidora conozca su tipo (es decir, competir en información completa) a que no lo conozca (es decir, competir en información incompleta) si la empresa seguidora es menos eficiente que ella.*

- *b) La empresa líder prefiere que la seguidora ignore su tipo (información incompleta) a que lo conozca (información completa) si la empresa seguidora es más eficiente que ella.*

Cómo resulta afectada la ventaja del primer movimiento cuando pasamos de un contexto de información completa a otro de información incompleta?

Cualquiera que sea el tipo de la empresa líder, si la competencia es a través de cantidades, su ventaja por mover antes que la empresa rival es más acentuada cuando la información es incompleta que cuando es completa

IDEA: Cualquier empresa tiene un incentivo más acentuado a ejercer de líder cuando posee información privada respecto a su grado de eficiencia productiva que cuando no tiene información privada

La seguidora es la que tiene información privada

- Supongamos ahora que la empresa seguidora (empresa 2) es la que puede encarnarse en varios tipos diferentes y que la empresa líder (empresa 1) desconoce la función de pagos de la empresa seguidora.

- El modelo es el mismo de antes, con la novedad de que, ahora, $\mathcal{T}_1 = \{c\}$, mientras que $\mathcal{T}_2 = \{\underline{c}, \overline{c}\}$, $\overline{c} > \underline{c}$.

- Lo único que sabe la empresa líder con respecto a la seguidora es que $\mathrm{Pr}(\underline{c}) = \gamma$, $0 < \gamma < 1$.

- Si utilizamos el argumento de inducción hacia atrás, la empresa 1 solo sabe que el beneficio de la empresa 2 puede se

$$\pi_2(\underline{c}) = \left(1 - \underline{c} - q_1 - q_2(\underline{c})\right) q_2(\underline{c})$$

o

$$\pi_2(\overline{c}) = \left(1 - \overline{c} - q_1 - q_2(\overline{c})\right) q_2(\overline{c})$$

- y, por tanto, que la estrategia óptima de la empresa 2 en $t = 2$ será

$$q_2(q_1) = \begin{cases} \frac{1-\underline{c}-q_1}{2}, \text{si es una empresa eficiente} \\ \frac{1-\overline{c}-q_1}{2}, \text{si es una empresa ineficiente} \end{cases}$$

Entonces

$$E[\pi_1] = (1 - c - q_1 - E[q_2])q_1$$
$$= \left(1 - c - q_1 - \gamma \frac{1 - \underline{c} - q_1}{2} - (1 - \gamma) \frac{1 - \overline{c} - q_1}{2}\right) q_1$$

que da lugar a

$$q_1^* = \frac{1 - 2c + \ \gamma \underline{c} + (1 - \ \gamma)\overline{c}}{2}$$

El EB del juego de Stackelberg-Cournot cuando la empresa líder (empresa 1*) desconoce la función de pagos de la empresa seguidora (empresa* 2*) es el conjunto de estrategias dado por*

$$\left\{\left(q_1^*, q_2^*\left(\underline{c}\right), q_2^*(\overline{c})\right)\right\} =$$

$$\left\{\left(\frac{1-2c+\gamma\underline{c}+(1-\gamma)\overline{c}}{2}, \frac{1-(2+\gamma)\underline{c}-(1-\gamma)\overline{c}+2c}{4}, \frac{1-(3-\gamma)\overline{c}-\gamma\underline{c}+2c}{4}\right)\right\}.$$

- *En un contexto en el que la empresa seguidora puede ser de varios tipos y la competencia es mediante cantidades sucede lo siguiente: cualquiera que sea el tipo de la empresa seguidora, la empresa líder prefiere competir en un contexto de información incompleta y la empresa seguidora en uno de información completa*

Efecto de la información incompleta sobre la ventaja del líder Stackelberg-Cournot

- La diferencia de beneficios entre la empresa 1 y la empresa 2 en condiciones de información incompleta es

$$\left(\frac{1-2c+\gamma\underline{c}+(1-\gamma)\overline{c}}{2}\right)^2-\left(\gamma\left(\frac{1-(2+\gamma)\underline{c}-(1-\gamma)\overline{c}+2c}{4}\right)^2+(1-\right.$$

- Por otra parte, con IC la diferencia entre el beneficio de la empresa 1 y el de la empresa 2 es

$$\left(\frac{1-2c+\underline{c}}{2}\right)^2-\left(\frac{1-3\underline{c}+2c}{4}\right)^2 \qquad (2)$$

- en caso de que sea conocimiento común que la empresa 2 es de tipo $\underline{c}$ y

$$\left(\frac{1-2c+\overline{c}}{2}\right)^2-\left(\frac{1-3\overline{c}+2c}{4}\right)^2 \qquad (3)$$

cuando todas las empresas saben que la empresa 2 es de tipo $\overline{c}$.

Por lo tanto, cualquier diferencia que haya entre (1) y (2) o (1) y (3) se deberá únicamente a la existencia de información incompleta.

Con respecto a un contexto de información completa y siendo la competencia mediante cantidades, la información incompleta aumenta (disminuye) la ventaja de ejercer como empresa líder si la empresa seguidora es más eficiente (menos eficiente) que la empresa líder.

Juegos de señalización (Spence, 1973)

- Idea: los jugadores informados pueden tener incentivos a realizar acciones costosas y observables ante los jugadores desinformados siempre y cuando dichas acciones les permitan mejorar su situación en el mercado.

- Como dichas acciones son señales, de ahí que sea un modelo de señalización.

- En la población de trabajadores existen trabajadores de dos "tipos": individuos de tipo a e individuos de tipo b. Los individuos de tipo a son más productivos que los de tipo b.
- Una empresa que contrate a un trabajador obtendrá la cantidad v_a de producto si el trabajador es de tipo a y v_b si resulta ser de tipo b, $v_a > v_b$.
- La proporción de trabajadores de tipo a en la población es γ, $0 < \gamma < 1$, y esta proporción es conocimiento común.
- Un trabajador sabe si su productividad es alta o bajo, mientras que las empresas desconocen esta información y lo único que saben es la proporción de trabajadores de cada tipo que hay en la población de trabajadores. Sin embargo, no saben si un trabajador, elegido al azar, es de un tipo u otro.

Info completa

- Si la empresa pudiese observar el tipo del trabajador, le pagaría v_a en caso de que fuese a y v_b en caso de que resultase ser b.

- Las empresas no observan el tipo exacto del trabajador y, en consecuencia, el salario que están dispuestas a pagar refleja la productividad "media" que esperan que tenga un trabajador contratado al azar, es decir, $E[v] = \gamma v_a + (1-\gamma)v_b$.

- Pero $\gamma v_a + (1-\gamma)v_b < v_a$, con lo cual los trabajadores de tipo a cobran menos que lo que aportan a la empresa por el mero hecho de que esta es incapaz de distinguirlos de los de tipo b.

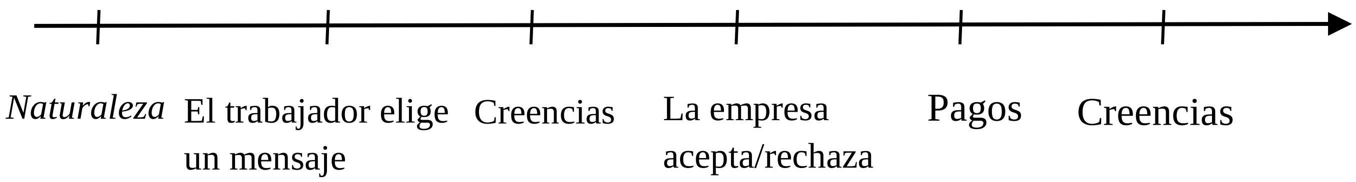
- Si pudieran persuadir a la empresa de que su tipo es a y pudiesen ganar un salario de v_a, tal vez estarían dispuestos a incurrir en el coste necesario para convencerla.

- Para ello necesitan enviar una *señal* a las empresas y que esta señal sea creíble. Pues bien, esta señal va a ser la educación universitaria (el título).

- Sea e el nivel de educación que adquiere un determinado individuo (jugador 1)
- Supongamos que las empresas creen que un individuo que tenga un nivel de educación igual o mayor que e^* es de tipo a (creencias a priori) y, por tanto, y se le pagará un salario de v_a, mientras que los que tengan un nivel de educación inferior a e^* se considera que tienen productividad v_b.
- Si el coste de obtener la señal es igual para todos los individuos y los que adquieren la señal ganan un salario de v_a, todos los tipos enviarían la señal, incluso los b. En este caso, las creencias originales de las empresas serían erróneas y la señal no funcionaría.
- Para que la señal funcione, solo deben enviarla los trabajadores de tipo a. Supongamos que el coste de obtener la cantidad e de señal es

$$c(e;v) = \begin{cases} e, \text{si } v = v_a \\ \lambda e, \text{si } v = v_b \end{cases}$$

- donde $\lambda > 1$ refleja que el coste marginal (o medio) de adquirir educación para los trabajadores de tipo b es mayor que para los de tipo a. Esta información —que un individuo de tipo a tiene ventaja comparativa en adquirir educación— es de dominio público.


Naturaleza
El trabajador elige un mensaje
Creencias
La empresa acepta/rechaza
Pagos
Creencias

Pagos

Para el trabajador

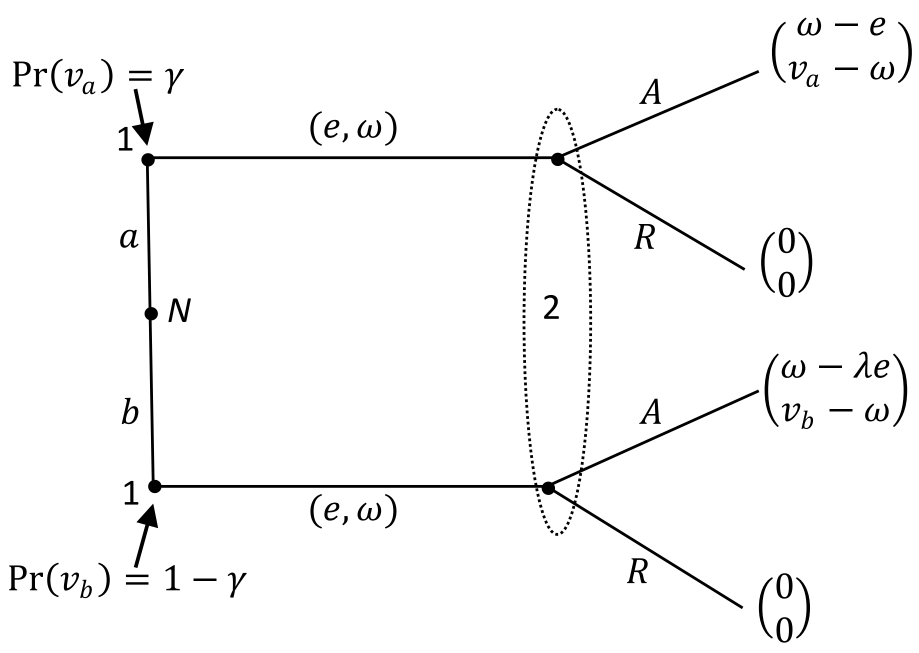
$$u_1 = \begin{cases} w - c(e; w), & \text{si la empresa acepta} \\ 0, & \text{si la empresa rechaza} \end{cases}$$

y la empresa

$$u_2 = \begin{cases} v_i - w, & \text{si la empresa acepta} \\ 0, & \text{si la empresa rechaza} \end{cases}$$

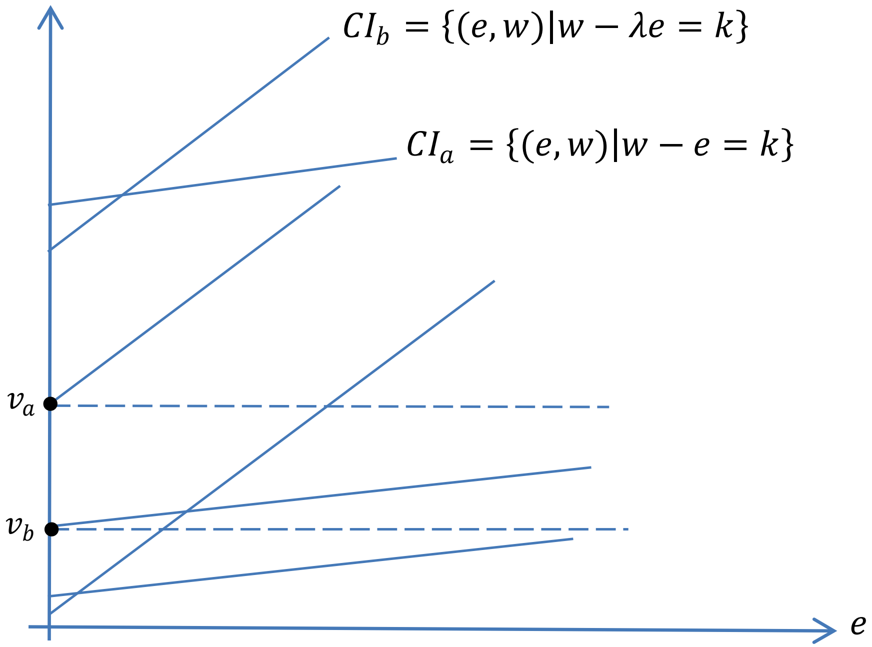
donde $i = a, b$.

Forma extensiva del juego



IC

- Si la empresa sabe que es v_a, aceptará la pretensión del trabajador siempre que $w \leq v_a$; si sabe que es v_b, aceptará siempre que $w \leq v_b$.
- Y la mejor respuesta de cada tipo de trabajador a esta estrategia de la empresa es maximizar su pago (el salario menos el coste de educación). Esto equivale a que cada tipo de trabajador elija un nivel de educación nulo, $e_a = e_b = 0$, y demande un salario igual a su productividad


$CI_b = \{(e, w) | w - \lambda e = k\}$
$CI_a = \{(e, w) | w - e = k\}$
v_a
v_b
e

- CI_a y CI_b denotan las curvas de indiferencia del trabajador de productividad alta y productividad baja, respectivamente. Las primeras tienen menor pendiente que las segundas porque la educación es menos costosa para individuos de productividad alta que de productividad baja y, por eso, los trabajadores de productividad alta, para incurrir en un aumento marginal de educación, exigen un menor incremento marginal del salario que los de productividad baja.
- Cada tipo de trabajador, en el intento por alcanzar la curva de indiferencia más alta posible, se sitúa en el punto de esquina.

- *Si la información es completa y perfecta, el equilibrio de Nash es el par de estrategias* $\left\{(s_1^C; s_2^C)\right\} =$

$$\begin{cases} \{(e_a^C, w_a^C) = (0, v_a);\ A\},\ si\ el\ trabajador\ es\ de\ tipo\ a \\ \left\{\left(e_b^C, w_b^C\right) = (0, v_b);\ A\right\},\ si\ el\ trabajador\ es\ de\ tipo\ b \end{cases}$$

II y EBS

- Un EBP separador en estrategias puras de este juego bayesiano dinámico será un conjunto de estrategias $\{(s_1^*(v_a), s_1^*(v_b); s_2^*(m)_{m\in\mathcal{M}})\}$, donde los mensajes de cada tipo de trabajador serán distintos, $m_a = s_1^*(v_a) \neq s_1^*(v_b) = m_b$, y estarán formados por el nivel de educación que exhibe y el salario que demanda, es decir, $m_a = (e_a, w_a)$ y $m_b = (e_b, w_b)$.
- Una vez que la empresa recibe el mensaje (en la trayectoria del equilibrio), cree que el que envía el mensaje m_a es un trabajador de tipo a y el que envía el mensaje m_b es uno de tipo b, con lo cual $\Pr(v_a | m_a) = 1$ y $\Pr(v_a | m_b) = 0$. Y dados estos mensajes y estas conjeturas, la mejor respuesta de la empresa será aceptar siempre que $w_a \leq v_a$ y $w_b \leq v_b$.
- Para mensajes fuera de la trayectoria del equilibrio la conjetura de la empresa es que el trabajador que envíe esos mensajes es de tipo b y, en consecuencia, la mejor respuesta de la empresa será aceptar si $w_b \leq v_b$.

- Para que $\{(s_1^*(v_a), s_1^*(v_b); s_2^*(m)_{m\in\mathcal{M}})\}$ sea un EBP separador del juego ha de cumplir determinadas restricciones.
- Supongamos que las creencias originales de la empresa son tales que "si observan la señal $e = e^*$, creen que el trabajador que porta esta señal es de tipo a; si observan $e < e^*$, creen que es de tipo b". Es decir, $\Pr(a|e) = 1$, si $e = e^*$ y $\Pr(a|e) = 0$, para todo $e \neq e^*$ (creencias fuera de la trayectoria de equilibrio). Es obvio que el trabajador puede elegir $e = e^*$ o $e = 0$.

- Si es de tipo b y elige $e_b = 0$, puede exigir $w_b = v_b$, ya que $w_b < v_b$ también sería aceptado por la empresa, pero empeoraría al trabajador, mientras que $w_b > v_b$ sería rechazado por la empresa. Esto implica que la elección óptima para un trabajador de tipo b es $e_b = 0$ y enviar, por tanto, el mensaje $m_b^* = (0, w_b)$, ya que si $e_b > 0$, la empresa aceptaría, pero el trabajador tendría que asumir el coste de la educación.
- Para que a un trabajador de tipo b no le convenga enviar el mensaje $m_a = (e_a, w_a)$, la utilidad que consigue con el mensaje $m_b^* = (0, v_b)$ es $v_b - \lambda \cdot 0 = v_b$ ha de ser superior a que conseguiría con e_a, $v_a - \lambda e_a$

$$e_a \geq \frac{v_a - v_b}{\lambda}$$

- Para que un trabajador de tipo a le convenga enviar el mensaje $m_a = (e_a, w_a)$ y no el mensaje $m_b^* = (0, w_b)$ ha de verificarse $v_a - e_a \geq v_b$, es decir,

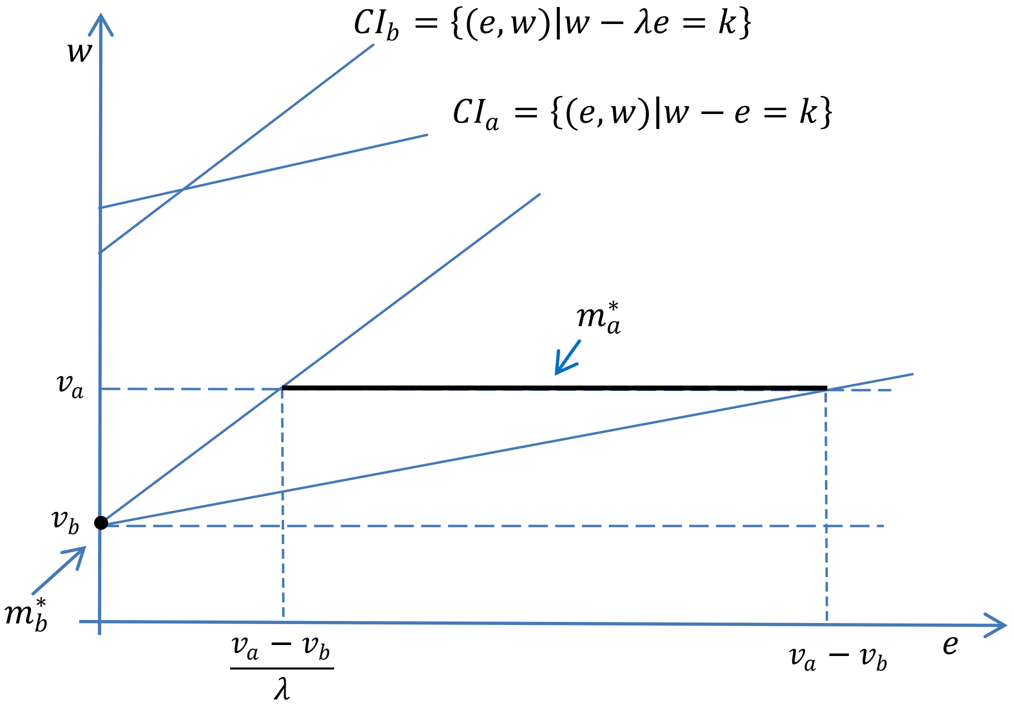
$$e_a \leq v_a - v_b$$

- Si la señal para que la empresa identifique a un trabajador como de tipo a fuese suficientemente pequeña en el sentido de $e_a < \frac{v_a - v_b}{\lambda}$, entonces tanto un trabajador de tipo a como uno de tipo b encontrarían rentable enviar la señal $e = e_a$
- Si fuese suficientemente grande como $e_a > v_a - v_b$, ni siquiera un trabajador de tipo a la enviaría, ya que preferiría $e_b = 0$; por último, si $\frac{v_a - v_b}{\lambda} \leq e^* \leq v_a - v_b$, un trabajador de tipo a elige $e = e_a$ y, sin embargo, uno de tipo b elige $e_b = 0$, en cuyo caso el trabajador se comporta como la empresa espera que lo haga (que solo el de tipo a emita la señal), con lo cual sus creencias originales se ven confirmadas

En el juego de Spence de educación como señal existen múltiples EBP separadores, dados por el conjunto de estrategias

$$\{s_1^*; s_2^*\} = \begin{cases} \left\{m_a^* = \left(e_a^* \in \left[\dfrac{v_a - v_b}{\lambda}, v_a - v_b\right], w_a^* = v_a\right); A\right\}, si\ el\ trabajador\ es\ de\ tipo\ a \\ \{m_b^* = (e_b^* = 0, w_b^* = v_b); A\}, si\ el\ trabajador\ es\ de\ tipo\ b \end{cases}$$

y el sistema de creencias $\Pr\left(v_a \middle| m_a^*\right) = 1$ *y* $\Pr(v_a|m) = 0$*, para todo* $m \neq m_a^*$.



$CI_b = \{(e, w) | w - \lambda e = k\}$
$CI_a = \{(e, w) | w - e = k\}$
w
m_a^*
v_a
v_b
m_b^*
$\frac{v_a - v_b}{\lambda}$
$v_a - v_b$
e

Tres comentarios

- La existencia de la señal (la educación) es beneficiosa para los trabajadores de tipo a siempre que $w_a - e_a \geq \gamma w_a + (1-\gamma) w_b$, es decir,
$$\gamma \leq \frac{w_a - w_b - e_a}{w_a - w_b}$$
- Explicación: el salario que ganaría un trabajador de tipo a que no enviase la señal (el salario promedio) sería un salario bajo y, por tanto, este trabajador tiene mucho que ganar si consigue identificarse como tal enviando la correspondiente señal.
- La señal es siempre perjudicial para un trabajador de tipo b.
- Por último, en cualquiera de los EBP separadores, la empresa identifica plenamente a cada tipo de trabajador, por lo que se recupera la información completa tras la observación de la señal. El trabajador de tipo bajo obtiene un salario igual a su productividad sin necesidad de adquirir educación, mientras que uno de tipo alto obtiene un salario también igual a su productividad, pero tras pagar el coste de enviar la señal que hace posible la separación.
- La señal no mejora la productividad lo más mínimo y, por tanto, es un despilfarro social, a pesar de que es racional adquirirla desde el punto de vista individual.

EBA

- Un EBP agrupador en estrategias puras sucede cuando ambos tipos de trabajador eligen el mismo mensaje, es decir, $\{(s_1^*(v_a), s_1^*(v_b); s_2^*(m)_{m\in\mathcal{M}})\} = \{(e^P, w^P), (e^P, w^P); s_2^*(m)_{m\in\mathcal{M}}\}$, donde el superíndice P denota equilibrio agrupador.
  - Si el mensaje de equilibrio que recibe la empresa es $m^P = (e^P, w^P)$, su conjetura será que la productividad esperada del trabajador es la misma que la que creía *a priori*, es decir, $\Pr\left(v_a \middle| m^P\right) = \gamma$ y, en consecuencia, la mejor respuesta de la empresa frente a la estrategia del trabajador será aceptar cuando $w^P \leq \gamma v_a + (1-\gamma)v_b$ y rechazar en caso contrario.
  - A su vez, si la empresa recibe un mensaje fuera de la trayectoria del equilibrio, $m(e,w) \neq m^P$, suponemos que su conjetura es que el tipo de emisor será de productividad baja con toda seguridad, $\Pr(v_a|m) = 0$, ante lo cual su mejor respuesta frente a la estrategia del trabajador será aceptar si $w \leq v_b$ y rechazar en caso contrario.

- En estas condiciones, un trabajador de tipo a prefiere enviar la señal e^P y ser tomado por la empresa como un trabajador "promedio" antes que enviar la señal $e = 0$ y ser identificado como de tipo b si, y solo si, $\gamma v_a + (1-\gamma)v_b - e^P \geq v_b$, es decir,

$$e^P \leq \gamma(v_a - v_b)$$

- y un trabajador de tipo b prefiere la señal e^P antes que desviarse a $e = 0$ si, y solo si, $\gamma v_a + (1-\gamma)v_b - \lambda e^P \geq v_b$, es decir,

$$e^P \leq \frac{\gamma(v_a - v_b)}{\lambda}$$

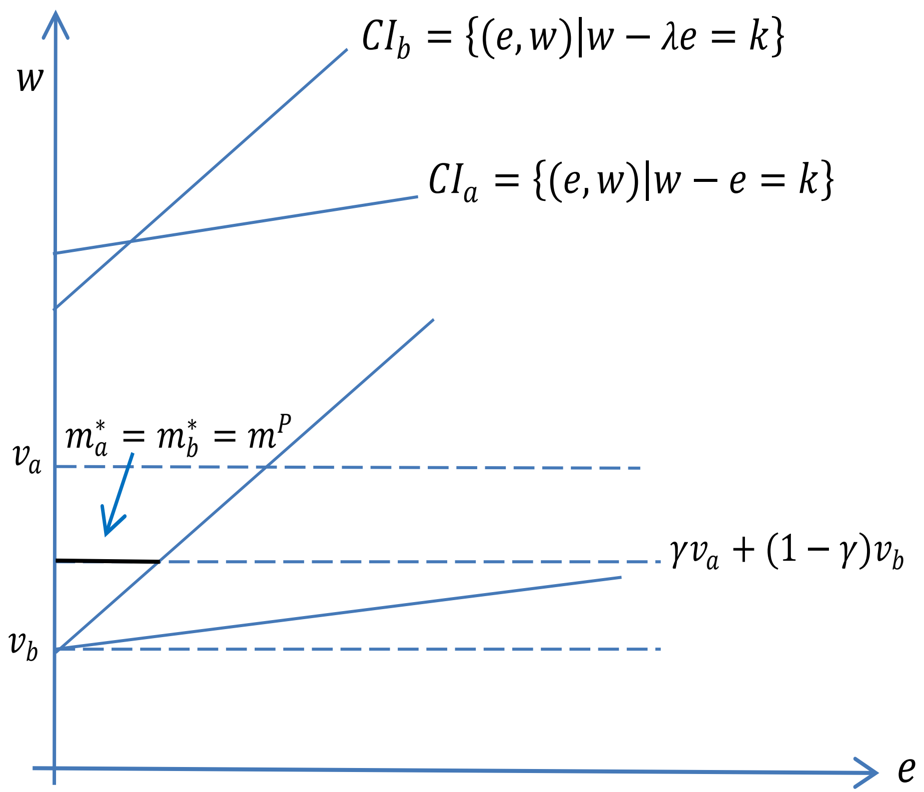
- *El juego de educación como señal tiene una multiplicidad de EBP agrupadores de la forma*

$$\{s_1^*; s_2^*\} = \begin{cases} \left\{m_a^* = m^P = \left(e^P \in \left[0, \frac{\gamma(v_a - v_b)}{\lambda}\right], w^P = \gamma v_a + (1-\gamma)v_b\right); A\right\}, si\ el\ trabajador\ es\ de\ tipo\ a \\ \left\{m_b^* = m^A = \left(e^P \in \left[0, \frac{\gamma(v_a - v_b)}{\lambda}\right], w^P = \gamma v_a + (1-\gamma)v_b\right);\ A\right\}, si\ el\ trabajador\ es\ de\ tipo\ b \end{cases}$$

siendo $\Pr(v_a | m^A) = \gamma$ *y* $\Pr(v_a|m) = 0$, *para todo* $m \neq m^P$.

- En el EBP agrupador la estrategia del trabajador es $s_1^*(v_a) = s_1^*(v_b) = m^P = (e^P, w^P)$, donde w^P es el salario promedio

- A su vez, la mejor respuesta de la empresa, $s_2^*(m^P)_{m^P \in \mathcal{M}}$, es aceptar el mensaje en la trayectoria del equilibrio (cuando $m_a^* = m_b^* = m^P$) si $w^P \leq \gamma v_a + (1-\gamma)v_b$ y aceptarlo fuera de la trayectoria del equilibrio (cuando $m_a^* = m_b^* \neq m^P$) si $w \leq v_b$.


$CI_b = \{(e,w) | w - \lambda e = k\}$
w
$CI_a = \{(e,w) | w - e = k\}$
$m_a^* = m_b^* = m^P$
v_a
$\gamma v_a + (1-\gamma) v_b$
v_b
e

- *En el modelo de Spence sucede lo siguiente:*

a) Si la proporción de trabajadores de tipo a es suficientemente pequeño en el sentido de $\gamma < 1 - \frac{1}{\lambda}$, entonces un trabajador de tipo a prefiere el EBP separador, mientras que uno de tipo b prefiere el EBP agrupador.

b) Si $\gamma \geq 1 - \frac{1}{\lambda}$, ambos tipos de trabajadores prefieren el EBP agrupador al EBP separador.

- Explicación: Si la proporción de trabajadores de tipo a es pequeña, el salario que podría ganar un trabajador de este tipo que no se señaliza como tal y, por tanto, cobra el salario promedio es también reducido, ya que $\gamma v_a + (1-\gamma)v_b$ es pequeño porque γ es pequeño. Por lo tanto, este trabajador se beneficiaría mucho separándose de uno que sea de tipo b, ya que $w_a = v_a$ aumenta mucho con respecto a $w = \gamma v_a + (1-\gamma)v_b$.
- Si la proporción de trabajadores de tipo a es suficientemente elevada, el salario promedio $\gamma v_a + (1-\gamma)v_b$ (que perciben sin separarse) está cercano al que obtendrían si incurriesen en el coste de la señal para ser detectados como tales, $w_a = v_a$. En consecuencia, no tienen incentivos a incurrir en el coste de la señal para separarse y mejorar tan poco.