CAP. 3: MEDICIÓN DEL BIENESTAR EN CONDICIONES DE EQUILIBRIO PARCIAL

Seguimos: Antelo (2000), Cap. 2 y Antelo (2003), Cap. 3

Cap. 1: De $\succeq$ obteníamos f.d.m. de bienes (Pendiente: Medir utilidad y cambios de utilidad?)

● Cómo determinar el valor que la gente otorga a las "cosas"? El valor debe proceder de la utilidad que deriva de esas "cosas" $\Rightarrow$ Deberíamos medir utilidad

PERO utilidad (bienestar) es magnitud inobservable!

● A pesar de ello, ¿cómo medirla? ¿Cómo evaluar, en términos de **bienestar**, el cambio en el precio de uno o varios bienes?

Primera posibilidad: A través de la f.u.i.

Sup. que en $t=0$ los parámetros son (p^0, m^0) y en $t=1$ pasan a ser (p^1, m^1): $p_1^1 \neq p_1^0, p_j^1 = p_j^0$; $\forall j = 2,\ldots,J$; $m^1 = m^0 = m$

Si $v(p^1, m) > v(p^0, m) \Rightarrow$ el bienestar del individuo en $t=1$ mejoró respecto a $t=0$

Si $v(p^1, m) < v(p^0, m) \Rightarrow$ el bienestar del individuo en $t=1$ empeoró

En general: Si $v(p, m)$ es una f.u.i. asociada a la relación de preferencia $\succeq$, un consumidor está estrictamente mejor (peor) en la situación de precios p^0 que en p^1 sii $v(p^1, m) > v(p^0, m)$ (<)

Cualitativa (poco útil). La f.u.i. es inobservable!

Segunda posibilidad: Cuantitativa (útil). A través de la función de gasto

- Inversa de f.u.i. ⇨ Sirve para medir la utilidad (de forma dual) igual que f.u.i.

- Tiene dimensión cardinal ⇨ Sirve para medir utilidad de manera cardinal o **cuantitativa**

DOS medidas "naturales" de bienestar:

Variación Compensadora de la renta:

🗣 Disponibilidad a pagar del consumidor por **aceptar** el cambio de precios de p^0 a p^1 (con la condición de mantener el nivel de utilidad de $t = 0$)

Cantidad que hay que dar/quitar al individuo para que mantenga u^0 cuando cambian los precios

$$VCR(p^0, p^1, m) = e(p^0, u^0) - e(p^1, u^0)$$
$$= m - e(p^1, u^0)$$

Variación Equivalente de la renta:

Disponibilidad a pagar del consumir por **prevenir** o **evitar** un cambio de precios de p^0 a p^1

Cantidad que hay que dar/quitar al individuo para que con (p^0, m^0) obtenga u^1

🗣 Cambio de precios de p^0 a p^1 tiene mismo impacto sobre bienestar que el cambio de renta de m a $m+VE$

$$VER(p^0, p^1, m) = e(p^0, u^1) - e(p^1, u^1)$$
$$= e(p^0, u^1) - m$$

Idea:

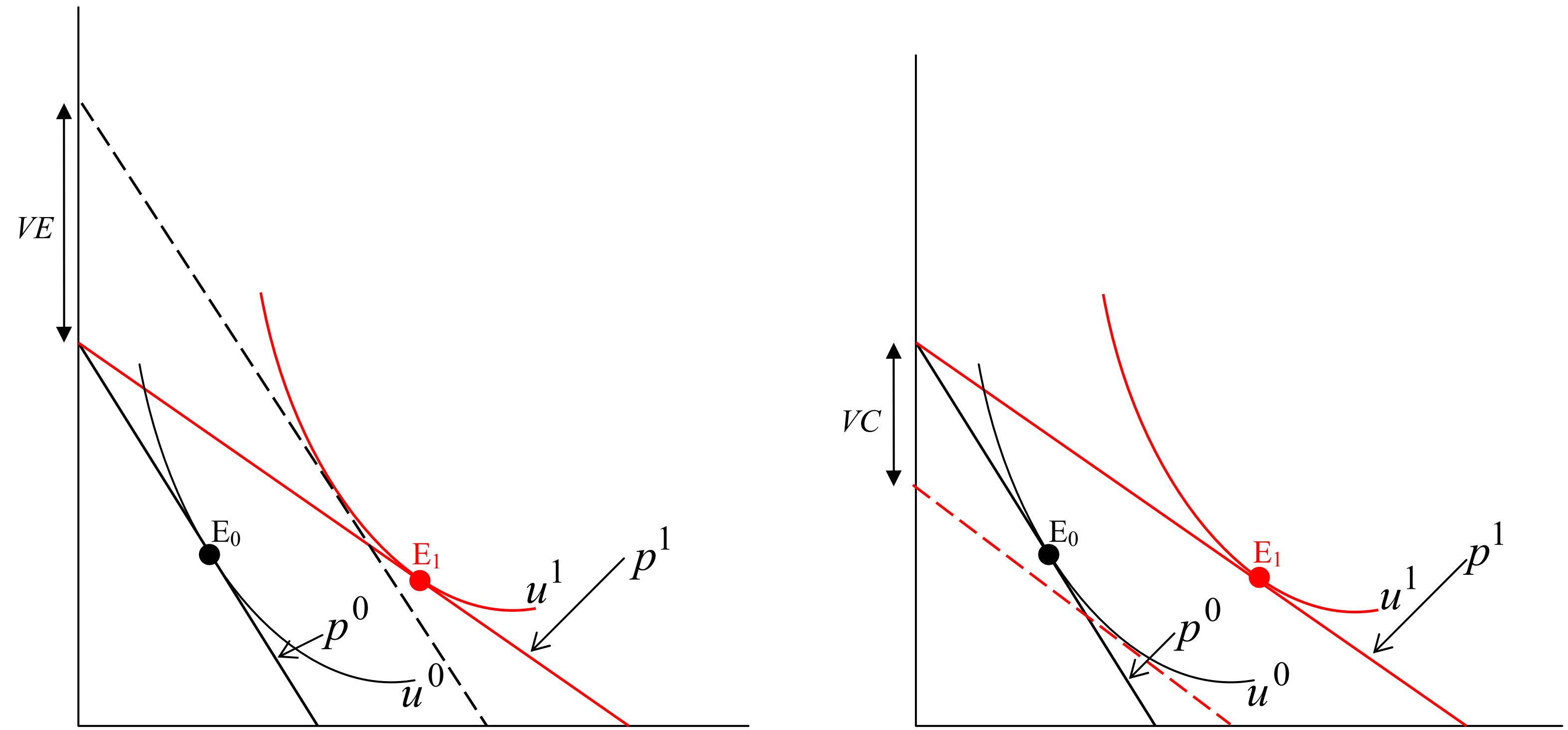
Medir la valoración de un bien o cesta de bienes por un individuo. Podemos hacerlo de DOS formas:

(i) ¿Cuánto está dispuesto a pagar para obtener el bien o la cesta? VC o **disponibilidad a pagar**

(ii) Dado que el individuo posee el bien o cesta, ¿cuanto está dispuesto a aceptar para darlo? *VE* o **disponibilidad a aceptar**

Son DOS formas igualmente legítimas de determinar la valoración de un bien por el individuo. Pero, **en general no coinciden**

Gráficamente:



***VC*:** Máxima cantidad de dinero que está dispuesto **a pagar** el individuo para comprar el bien 1 al precio p_1^1 antes que a p_1^0, donde $p_1^1 < p_1^0$

***VE*:** Mínima cantidad de dinero que está dispuesto **a aceptar** el individuo para comprar el bien 1 al precio p_1^0 antes que al precio p_1^1, donde $p_1^1 < p_1^0$

Proposición: (***a***) Si $p_1^1 < p_1^0$, el $\uparrow$ bienestar experimentado por el consumidor es tal que:

$VC < VE$, si el bien 1 es normal

$VC > VE$, si el bien 1 es inferior

(***b***) Lo contrario sucede cuando $p_1^1 > p_1^0$

Dem. Ver Antelo (2000), pp. 143 y ss.

Ejemplo numérico:

$u(\cdot) = q_1^{1/2} q_2^{1/2}$;

$p^0 = (2,1)$; $m^0 = 100$;

$p^1 = (1,1)$; $m^1 = 100 = m^0$.

1. ¿Máxima cantidad de dinero que el individuo está dispuesto a pagar por consumir bien 1 al precio $p_1^1 = 1$ en vez de a $p_1^0 = 1$?

F.d.m.:

$$\left\{ (q_1^m(p_1, p_2, m), q_1^m(p_1, p_2, m)) = \left(\frac{1}{2}\frac{m}{p_1}, \frac{1}{2}\frac{m}{p_2} \right) \right\}$$

F.u.i.

$$v(p,m)=\left(\frac{m}{2p_1}\right)^{1/2}\left(\frac{m}{2p_2}\right)^{1/2}=\frac{m}{2\sqrt{p_1p_2}}$$

(Comprobar que es una auténtica f.u.i.)

Eq inicial es $\{(q_1^m(p^0,m),q_1^m(p^0,m))=(25,50)\}$ $\Rightarrow$ $v(p^0,m)=35.3$

Al mayor precio del bien 1, utilidad (máxima) del individuo es $v(p^0,m)=35.3=u^0$

$\Rightarrow$ lo máximo que está dispuesto a pagar por consumir bien 1 al menor precio debe ser tal que la utilidad que obtenga satisfaga la condición $v(p^1,m)=35.3=u^0$

Dado el vector de precios $p^1 = (1,1)$ ¿mínimo gasto requerido para alcanzar la utilidad $v(p^0, m) = 35.3 = u^0$?

F.g.: Invirtiendo la f.u.i., resulta

$$e(p, u) = 2u\sqrt{p_1 p_2},$$

$\Rightarrow e(p^1, m) = 70.7$

$\Rightarrow$ máxima cantidad que está dispuesto a pagar el individuo:

$$VC(p^0, p^1, u^0) = e(p^0, u^0) - e(p^1, u^0) = m - e(p^1, u^0) = 100 - 70.7 = 29.3 \text{ €}$$

2. ¿Cantidad mínima que está dispuesto a aceptar el individuo por consumir bien 1 al precio $p_1^0 = 2$ en vez de a $p_1^1 = 1$?

En la situación final de precios, demandas son $\left\{(q_1^m(p^1,m), q_1^m(p^1,m)) = (50{,}50)\right\}$ y f.u.i. prescribe que $v(p^1,m) = 50$

$\Rightarrow$ mínimo que está dispuesto a aceptar debe ser tal que si consume a precios p^0, la utilidad sea $v(p^1,m) = 50$

Mínimo gasto requerido para obtener esa utilidad a precios p^0 es $e(p^0,u^1) = 2u^1\sqrt{p_1^0 p_2^0} = 141.4$

$\Rightarrow$ Mínimo que está dispuesto a aceptar:

$$VE(p^0, p^1, u^1) = e(p^0, u^1) - e(p^1, u^1) = 141.4 - 100 = 41.4 \text{ €}$$

Comentario: El que $p_1^1 < p_1^0$ y $VC < VE$ indica que el bien 1 es normal. ■

✍ Comprobar que el bien 1 es efectivamente normal

En general, $VC \neq VE$, debido a la presencia de efectos renta

Calculando *VC* y *VE*

Supongamos que el cambio en precios entre $t=0$ y $t=1$ implica variación en el precio de **un solo bien** (por ejemplo, el bien 1)

(Para variaciones en los precios de **varios** bienes, véase Antelo (2003), Cap. 3)

Por el Lema de Shephard, la f.d.h. del bien 1 es $q_1^h(p,u)=\dfrac{\partial e(p,u)}{\partial p_1}$

$$\Rightarrow \partial e(p,u)=q_1^h(p,u)\,\partial p_1$$

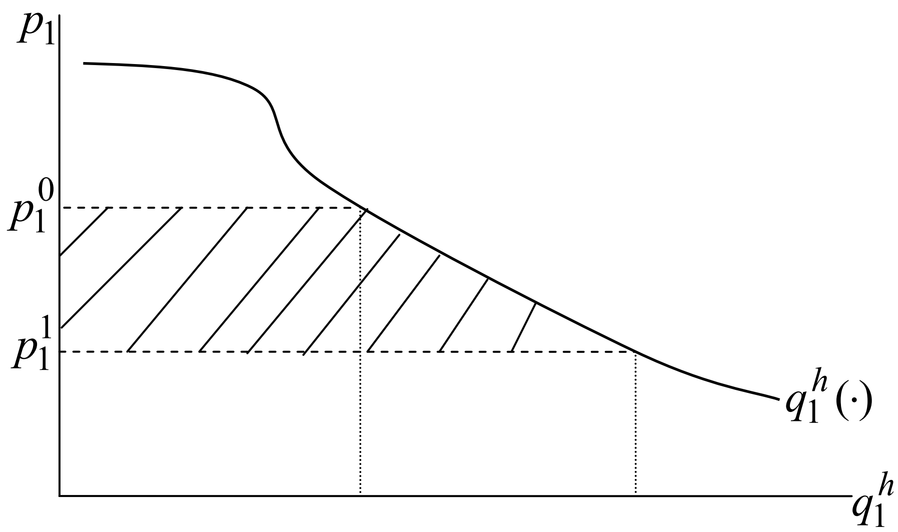
Integrando los dos lados

$$\int_{p_1^1}^{p_1^0} \partial e(p,u) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} q_1^h(p,u)\, dp_1$$

Es decir, $e(p^0,u) - e(p^1,u) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} q_1^h(p,u)\, dp_1$

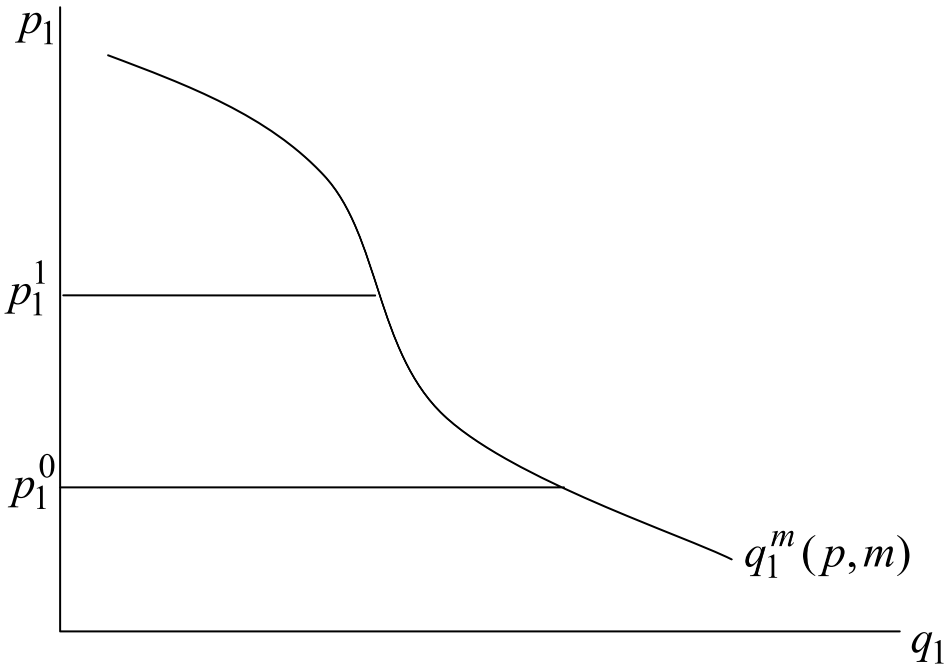
LHS: *VC* o *VE* dependiendo de si el nivel de utilidad tomado como referencia es $u = u^0$ o $u = u^1$

RHS: Área bajo la curva de demanda hicksiana entre los precios p_1^1 y p_1^0



Excedente Marshalliano del Consumidor (*EC* o *EMC*)

Forma correcta de medir bienestar: Calcular área bajo curva de demanda hicksiana, no marshalliana. PERO f.d.h. inobservables. Por lo tanto, análisis empírico utiliza f.d.m.



$$EC(\cdot) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} q_1^m(p,m)\,dp_1$$

● ¿Existe justificación teórica para esto?

Si $ER = 0$, entonces $VE = VC = EC$, donde EC es el área definida bajo la curva de demanda marshalliana. Por lo tanto, si los ER son **suficientemente pequeños**, es correcto utilizar f.d.m.

Proposición. El EMC es una medida exacta (correcta) del cambio en el bienestar sii las preferencias son cuasilineales

Dem. Antelo (2000), pp. 149 y ss.

Incluso si existe efecto renta, $ER > 0$, el EMC buena medida, ya que está situada entre VE y VC

✍ Ver demostración en Antelo (2000).

⇒ *EMC* puede ser visto como un promedio de las dos medidas "correctas" del bienestar (*VC* y *VE*)

Ejemplo numérico:

$u(\cdot) = q_1^{1/2} + q_2$;

$p^0 = (p_1^0, p_2^0) = (2,1)$; $m = 100$

$p^1 = (p_1^1, p_2^0) = (1,1)$; bien 2 (numerario)

☞ Obtener la variación del bienestar del consumidor en términos monetarios.

RESOLUCIÓN. Equilibrio consumidor

$$\left(q_1^m(p,m), q_2^m(p,m)\right) = \begin{cases} \left(\dfrac{1}{4}\dfrac{p_2^2}{p_1^2}, \dfrac{4mp_1 - p_2^2}{4p_1p_2}\right), & \text{si} \quad m > \dfrac{p_2^2}{4p_1} \\ \left(\dfrac{m}{p_1}, 0\right), & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Eq interior: Demanda marshalliana del bien 1 no depende de la renta $\Rightarrow$ En ec de Slutsky, no existirá efecto renta, ya que $\dfrac{\partial q_1^m}{\partial m} = 0$

Eq. de esquina: Lo anterior no es válido

Para los valores de los parámetros que tenemos:

$$\left(q_1^m(\cdot), q_2^m(\cdot)\right) = \left(\frac{1}{16}, \frac{799}{8}\right)$$

$$\Rightarrow v(p^0, m) = \frac{801}{8} = u^0$$

Necesitamos $e(p,u)$: (?)

- Calcular f.u.i. y, después, invertirla

- Calcular f.d.h. y obtener f.g. Dado que f.d.m. del bien 1 carece de $ER \Rightarrow$ f.d.h. = f.d.m.

$$q_1^h(p,u) = \frac{1}{4}\frac{p_2^2}{p_1^2}$$

No existe “efecto utilidad”: cualquiera que sea el nivel de utilidad a obtener por el individuo, del bien 1 demanda siempre la misma cantidad (lo que varía es la demanda del bien 2): desplazamientos “verticalmente horizontales”

Finalmente, de $u(\cdot) = q_1^{1/2} + q_2$, obtenemos

$$q_2^h(p,u) = u - \frac{1}{4}\frac{p_2^2}{p_1^2}$$

y efectivamente se ve como cambia al variar el nivel de utilidad a obtener

$\Rightarrow \quad e(p,u) = p_1 q_1^h + p_2 q_2^h =$

$$= \frac{1}{4}\frac{p_2^2}{p_1} + p_2\left(u - \frac{p_2^2}{4p_1^2}\right)$$

● ¿Máxima cantidad que está dispuesto a pagar el individuo por consumir el bien 1 al precio $p_1^1 = 1$ en vez de consumirlo al precio $p_1^0 = 2$?

Dado que a precios p^0, utilidad es $v(p^0, m) = \frac{801}{8} = u^0$ $\Rightarrow$ mínimo gasto para obtener esta utilidad a precios p^1 es

$$e(p^1, u^0) = \frac{1}{4}\frac{(1)^2}{1} + 1\left(\frac{801}{8} - \frac{(1)^2}{4(1)^2}\right) = \frac{799}{8}$$

$$\Rightarrow VC = e(p^0, u^0) - e(p^1, u^0) = 100 - \frac{799}{8} = \frac{1}{8}$$

● ¿Mínima cantidad de dinero que el individuo está dispuesto a aceptar para consumir el bien 1 al precio $p_1^0 = 2$ en vez de consumirlo al precio $p_1^1 = 1$?

A precios p^1, demandas marshallianas son $(q_1^m(\cdot), q_2^m(\cdot)) = \left(\frac{1}{4}, \frac{399}{4}\right)$

$$\Rightarrow v(p^1, m) = (q_1^m)^{1/2} + q_2^m = \frac{401}{4} = u^1$$

Mínimo gasto necesario para alcanzar esta utilidad u^1 a precios p^0 es

$$e(p^0, u^1) = \frac{801}{8}$$

$$\Rightarrow VE = \frac{801}{8} - 100 = \frac{1}{8} \quad \blacksquare$$

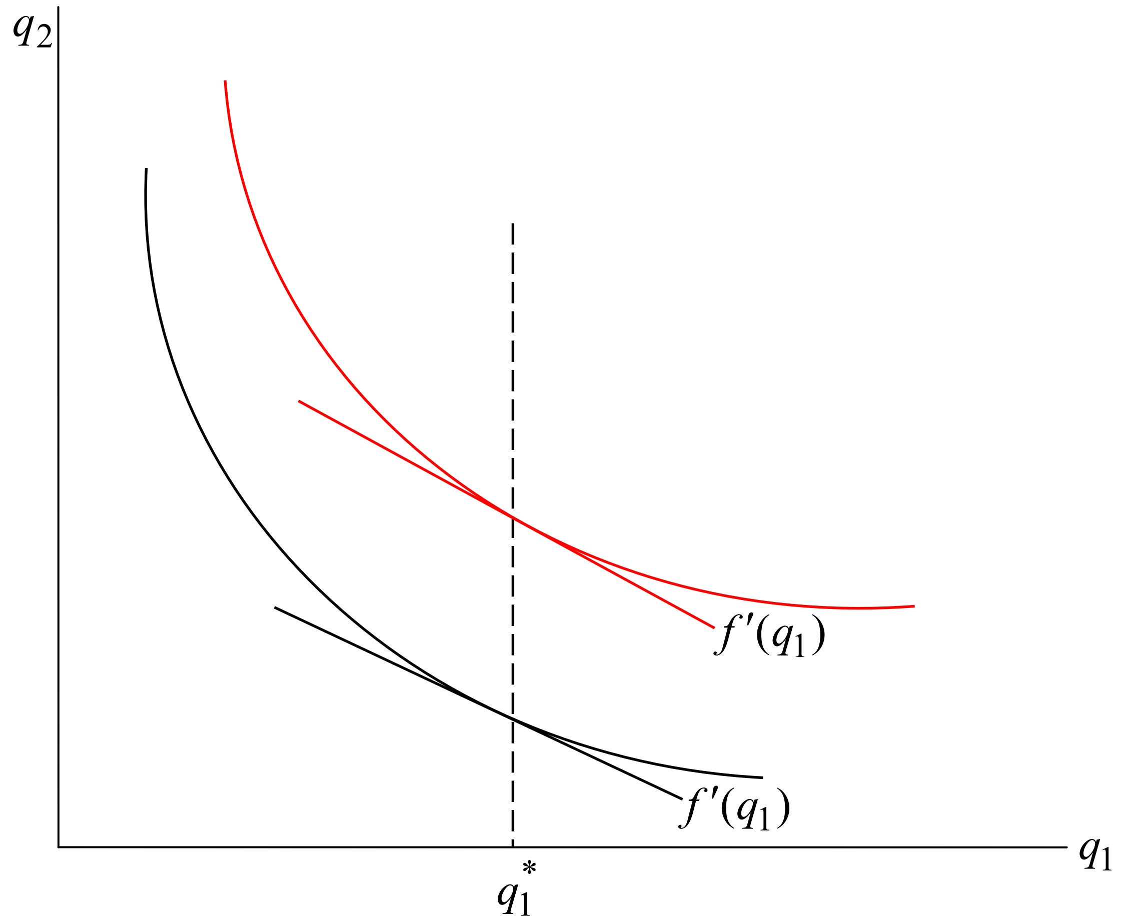
¿Por qué esta coincidencia entre *VC* y *VE*?

$\succeq$ cuasilineal

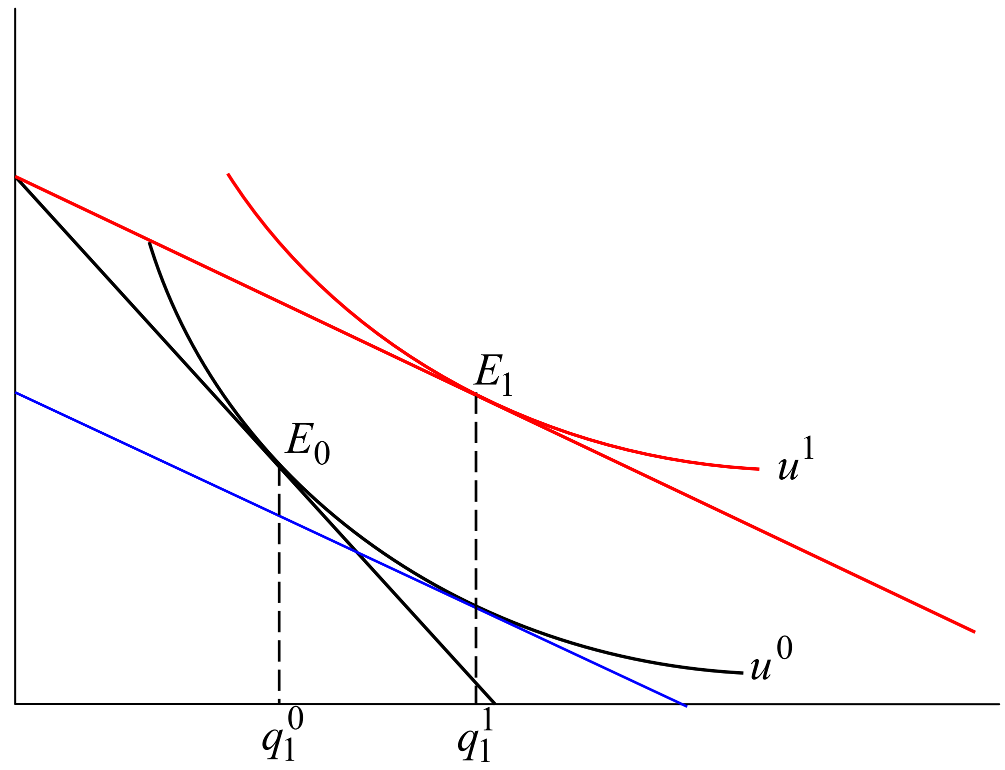
Explicación: $u = f(q_1) + q_2$, $f' > 0$ y $f'' < 0$. Entonces, $u_1 = f'(q_1)$ y $u_2 = 1$. Por lo tanto, en eq:

$$RMS_{1,2} \equiv \frac{dq_2}{dq_1} = \frac{f'(q_1)}{1}$$: RMS no depende de q_2 (numerario)

Gráficamente:



Entonces, el efecto (total) de un $\downarrow p_1$ es:



Ecuación de Slustky: $\frac{\partial q_1^m}{\partial p_1} = \frac{\partial q_1^h}{\partial p_1} - \frac{\partial q_1^m}{\partial m} q_1^m$. Pero si $\frac{\partial q_1^m}{\partial m} = 0$

$$\Rightarrow \; ER = 0 \qquad \Rightarrow \frac{\partial q_1^m}{\partial p_1} = \frac{\partial q_1^h}{\partial p_1} \qquad \Rightarrow ET = ES$$

<u>Análisis formal:</u>

❶ Utilidad cuasilineal

Sea $J = 2$; $u(q_1, q_2) = f(q_1) + q_2$, con $f' > 0$ y $f'' < 0$;

$p = (p_1, 1)$; m

$\Rightarrow u_1 = f'(q_1)$, $u_2 = 1$

Primal del consumidor

$$\max f(q_1) + q_2, \quad s.a: \begin{cases} p_1 q_1 + q_2 = m \\ q_2 \geq 0 \end{cases} \tag{1}$$

Dos posibles equilibrios:

① $q_2 > 0$ (Interior)

(1) equivale a

$$\max f(q_1) + q_2, \quad s.a: p_1 q_1 + q_2 = m,$$

i.e.,

$$\max f(q_1) + m - p_1 q_1$$

CPO: $f'(q_1) = p_1$

$\Rightarrow q_1^*$ sólo depende de p_1 (no de m): $q_1^* = q_1^m(p_1)$

$\Rightarrow q_2^* = q_2^m(p_1, m) = m - p_1\, q_1^m(p_1)$

② $q_2 = 0$ (De esquina)

$\Rightarrow q_1^* = q_1^m(p_1, m) = \dfrac{m}{p_1},\ q_2^* = 0$

(Las C.I. deben “cortar” al eje de abscisas) Ver análisis realizado en Antelo (2000) al principio del Cap. 2, pp. 136-139

¿Cómo decide el individuo el plan de consumo? Explicación de estos equilibrios:

Siempre que, por ejemplo, $\frac{f'(q_1)}{p_1} > \frac{u_2}{p_2}$, el individuo empieza consumiendo bien 1 hasta que las utilidades marginales de los bienes ponderadas por sus respectivos precios se **igualen**, $\frac{f'(q_1)}{p_1} = \frac{u_2}{p_2}$, i.e., $\frac{f'(q_1)}{p_1} = \frac{1}{p_2}$.

A partir de aquí, los sucesivos $\uparrow m$ los destina al consumo del bien 2:

Empecemos suponiendo que la renta del individuo es arbitrariamente pequeña ($m = 0$) y que a partir de $m = 0$, $m \uparrow$ marginalmente: Con ello, el $\uparrow u$ del individuo es $\dfrac{f'\left(\frac{m}{p_1}\right)}{p_1}$

Si $\dfrac{f'\left(\frac{m}{p_1}\right)}{p_1} > 1 \quad \left(= \dfrac{1}{p_2}\right)$, el consumidor obtiene más u consumiendo bien 1 que consumiendo bien 2 **(Equilibrio de esquina)**…

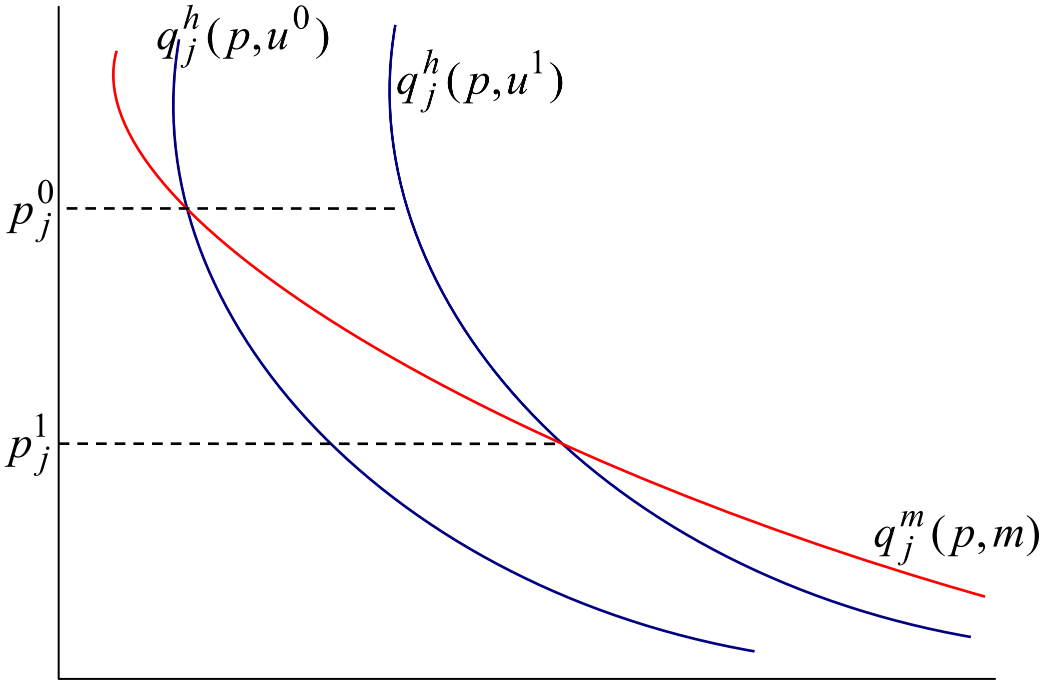
… Esto continúa hasta que llegar al punto de consumo en el que $\dfrac{f'\left(\frac{m}{p_1}\right)}{p_1} = 1$, en cuyo caso individuo está indiferente entre consumir bien 1 y bien 2. A partir de aquí, ulteriores $\uparrow m$ irán al consumo del bien 2 **(Equilibrio interior)**

Por lo tanto, en eq: $RMS_{1,2} \equiv \frac{dq_2}{dq_1} = \frac{f'(q_1)}{1}$. Es decir, sólo depende de la cantidad consumida del bien 1 y no de la del bien 2 (permanece constante a lo largo de una recta vertical)

Completar el análisis gráfico de *VE* y *VC* con preferencias cuasilineales (C.I. que tocan a un eje) viendo Antelo (2000), pp. 137-139

❷ Caso general

Proposición: Ver Antelo (2000), pp. 143 y ss.



✍ Completar (ver resultados y demostraciones en Antelo (2000), pp. 143-150)

✍ Ver el caso de variaciones en los precios de **varios** (más de uno) bienes en Antelo (2003).

● Medición del bienestar a través de números índices

EMC es una medida factible cuando conocemos las f.d.m. del bien en cuestión.

¿Qué sucede cuando no conocemos dicha f.d.m?

1. Determinar primero la f.d.m.

2. Calcular luego el *EMC* a partir de lo anterior

Mejor que este proceso *indirecto*: medir bienestar *directamente* a partir de números índices

Definición: Un nº índice es una medida estadística que permite comparar la evolución de una variable en dos situaciones distintas (dos periodos distintos)

✸ Si la variable es: cantidades de bienes → Índices de cantidades

✸ Si variable es: coste promedio de una determinada cesta → Índices de precios

1. Índices de cantidades

$J = 2;\ p^0 = (p_1^0, p_2^0) \rightarrow p^1 = (p_1^1, p_2^1);\ m^1 = m^0 = m$

$$IQ(q^0, q^1, p^R) = \frac{p^R q^1}{p^R q^0} \quad \Rightarrow \quad \text{Si} \begin{cases} p^R = p^0 \rightarrow IQ_L \\ \\ p^R = p^1 \rightarrow IQ_P \end{cases}$$

Proposición: Dados IQ_L y IQ_P,

(1.i) Si $IQ_L < 1$, bienestar del consumidor en $t = 1$ se ha reducido con respecto a $t = 0$

(1.ii) Si $IQ_P > 1$, bienestar ha aumentado en $t = 1$

(2) Lo contrario no permite concluir nada sobre la evolución del bienestar

Dem. Ver Antelo (2000)

2. Índices de precios

Miden el impacto en el bienestar de un cambio en los precios

$$IP(p^0, p^1, q^R) = \frac{p^1 q^R}{p^0 q^R} \quad \Rightarrow \quad \text{Si} \begin{cases} q^R = q^0 \to IP_L \\ q^R = q^1 \to IP_P \end{cases}$$

<u>Ejemplo</u>: El IPC, $IPC = \frac{p^t q^0}{p^0 q^0} \times 100$, es un IP_L

Proposición. Sea $VR = \frac{\text{gasto en } t=1}{\text{gasto en } t=0} = \frac{p^1 q^1}{p^0 q^0}$. Entonces

(i) Si $IP_L < VR$, bienestar $\uparrow$ en $t=1$

(ii) Si $IP_P > VR$, bienestar $\downarrow$ en $t=1$

(iii) Lo contrario no permite concluir nada

Dem. Ver Antelo (2000).

Proposición. Si $ER \neq 0$ y el bien (cuyo precio ha variado) es normal, entonces:

(i) $IP_L < VC < EC < VE < IP_P$ cuando $\downarrow p$

(ii) Lo contrario sucede cuando $\uparrow p$

Dem. Ver Antelo (2000)

Proposición. Si $ER = 0 \ldots$ completar…

Problema de los *IP*: Al considerar una cesta fija, no capturan los *ES* asociados a las variaciones de *p*

⇨ **¿Cómo resolver este problema?** Estimando el efecto de la variación de *p* sobre la utilidad

⇒ Índices Verdaderos de Precios: Medida más exacta del cambio en el bienestar que los IP

$$IVP(p^0, p^1, u^R) = \frac{e(p^1, u^R)}{e(p^0, u^R)} \quad \Rightarrow \quad \text{Si} \begin{cases} u^R = u^0 \rightarrow IVP_L \\ \\ u^R = u^1 \rightarrow IVP_P \end{cases}$$

Ver Fig. 12 en Antelo (2000), p. 157

Resultado.

(i) $IVP_L \leq IP_L$ (cota inferior del IP_L)

(ii) $IVP_P \geq IP_P$ (cota superior del IP_P)

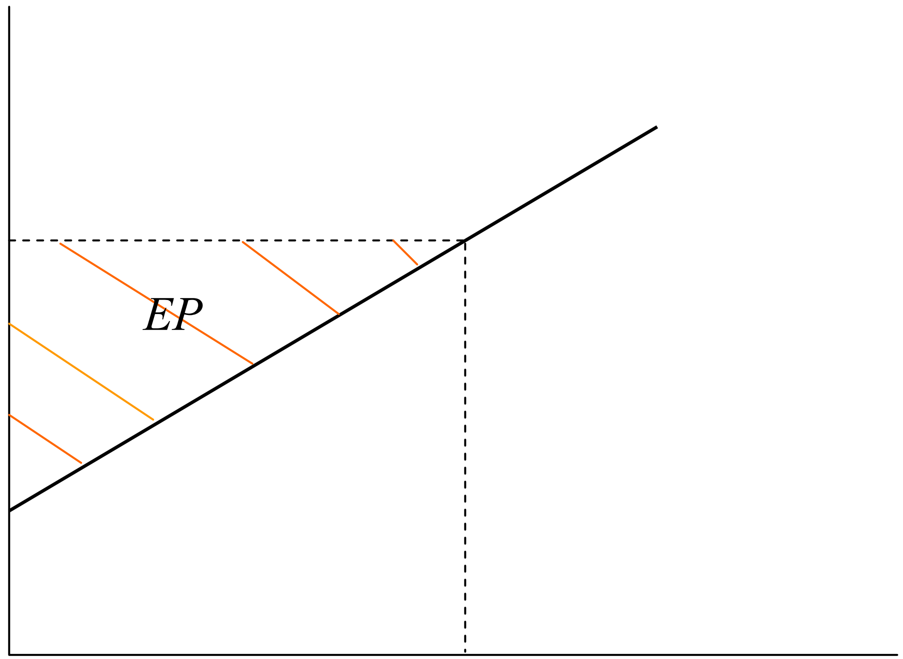
Proposición. Si $\succeq$ es homotética, entonces $IP_L \geq IVP_L = IVP_P \geq IP_P$

✍ Hacer como ejercicio para el caso de $u(\cdot) = q_1^{\frac{1}{2}} q_2^{\frac{1}{4}},\ p^0 = (2,1) \to p^1 = (1,2); m^1 = m^0 = 100$

● **¿Medida de bienestar en el caso de las empresas?**

Beneficio, $\pi(q) = IT(q) - CT(q)$

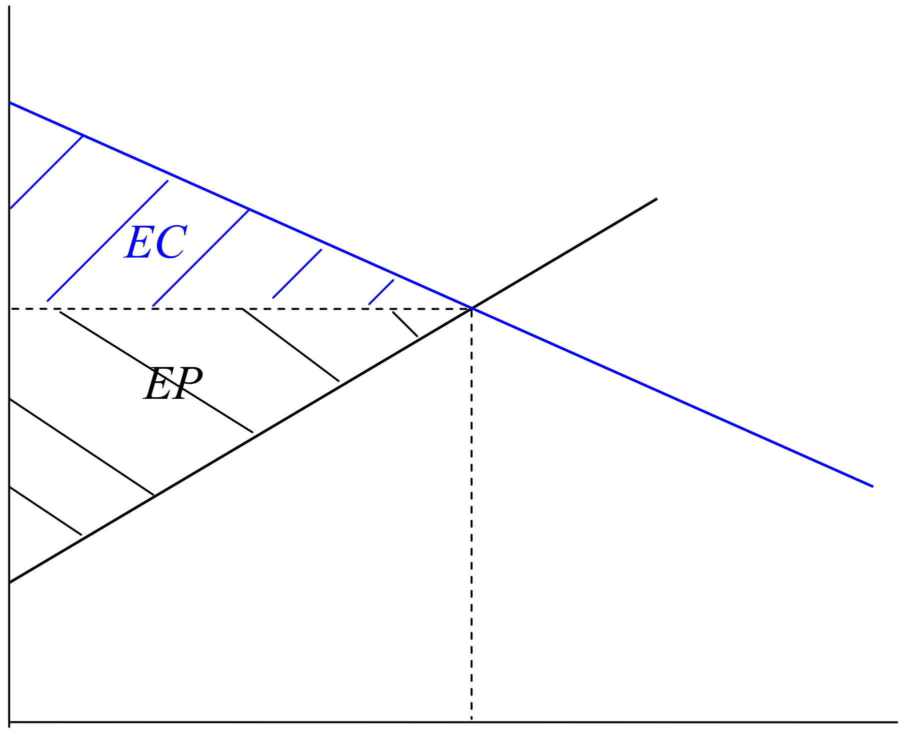
Dada la CPO del P 1,5 de la empresa (empresa produce output q para el cual) $p = CMa(q)$ (Ver Cap. 2) la oferta de la industria es



Excedente del productor, $EP = \pi + CF$

Por lo tanto, la medida agregada de bienestar social es

$$W = EC + EP$$



✍ Resolver los Ejercicios 3.17, 3.18, 3.19 y 3.20 de Antelo (2003), pp. 251-59.