CAPÍTULO 4. EXTENSIONES DEL MODELO BÁSICO: CONSUMO INTERTEMPORAL Y OFERTA-DEMANDA DE CRÉDITO; ELECCIÓN RENTA-OCIO

Seguimos: Antelo (2000), Cap. 2 y Antelo (2003), Cap. 4.

Hasta ahora hemos visto el modelo de un periodo (Cap. 1): El individuo gastaba toda su renta

Pero puede haber incentivos a ahorrar o desahorrar: transferir renta hacia el futuro o hacia el presente, dejar herencias, motivo precaución en incertidumbre,…

Modelo del Cap 1 NO sirve para responder a: ¿Qué cantidad de recursos querrá ahorrar o pedir prestado el individuo?

Para esto necesitamos un modelo con más de un periodo:

- Modelo de elección intertemporal
- Certidumbre
- Precios de cada periodo están dados
- Renta de cada periodo también está dada
- Mercado de capitales es perfecto (no existen restricciones en el intercambio intertemporal; no restricciones de liquidez, por ejemplo)

Objetivo: analizar decisiones de los individuos como función de los precios y las rentas; analizar cómo varían ante cambios de los parámetros

Formulación secuencial del problema

Consideremos un individuo que vive a lo largo de dos periodos: t=0 y t=1

c_0 consumo de t=0 o consumo presente; c_1 consumo de t=1 o consumo futuro

Preferencias → Función de utilidad intertemporal: $u = u(c_0, c_1)$

Por ejemplo,

$$u(c_0, c_1) = u(c_0) + \beta u(c_1) \tag{1}$$

(Caso particular: $u(c_0, c_1) = \ln c_0 + \beta \ln c_1$)

La función (1) cumple:

1. Aditivamente separable en el tiempo: utilidad de hoy no afecta a la de mañana (pero sí a la total)
2. Continua, diferenciable, creciente y e-cóncava en la utilidad de cada período
3. Utilidad futura está **descontada** por un factor de descuento $0 < \beta < 1$: el individuo valora más el presente que el futuro (β parámetro de paciencia): cuanto más próximo a 0 (1) más impaciente (paciente) es. La tasa a la que el individuo descuenta el futuro o **Tasa Marginal de Preferencia Temporal**) es $TMPT \equiv \delta = \frac{u_0(c_0)}{\beta u_1(c_1)} - 1$ (tasa subjetiva de descuento o tasa de descuento psicológica)

Alternativamente, la tasa de descuento (psicológica) del individuo es $\delta = RST_{c_0,c_1} - 1$

Podemos reescribir (1) como:

$$u(c_0, c_1) = u(c_0) + \frac{1}{1+\delta} u(c_1)$$

Dibujar curvas de indiferencia intertemporales; Propiedades similares a las del Cap 1.

Pendiente: RMS → Relación de Sustitución Temporal: $RST = \dfrac{\frac{\partial u}{\partial c_0}}{\frac{\partial u}{\partial c_1}} = \dfrac{u_0(c_0)}{\beta u_1(c_1)}$

Utilidad marginal del consumo presente dividida por utilidad marginal del consumo futuro descontada

Restricción presupuestaria intertemporal:

p_0 precio del consumo presente; p_1 precio del consumo futuro

m_0 renta del individuo (exógena) en t=0; m_1 renta del individuo (exógena) en t=1; r tipo de interés monetario entre el periodo 0 y el periodo 1

$$p_0 c_0 + p_1 \frac{c_1}{1+r} \leq m_0 + \frac{m_1}{1+r} \tag{2}$$

RHS: Valor presente de los fondos disponibles

LHS: Valor presente de los usos de los fondos

La RP (2) está en valor presente (podría plantearse también en valor futuro o capitalizado)

Factor de descuento : $\dfrac{1}{1+r}$

Es decir, $$c_1(c_0) = (1+r)m_0 + m_1 - \frac{p_0}{p_1}(1+r)c_0 \qquad (3)$$

Pendiente de la RP: Tasa a la que el individuo puede intercambiar c_0 por c_1: $\dfrac{dc_1}{dc_0} = -\dfrac{p_0}{p_1}(1+r)$.

Suponiendo $p_0 = p_1 = 1$, el tipo de interés monetario es el **real** y la pendiente de la RPI es $-(1+r)$: Para poder consumir 1 unidad más hoy es preciso renunciar a $1+r$ unidades de consumo mañana $\Rightarrow$ r es el precio relativo de consumir hoy, en términos de consumo futuro

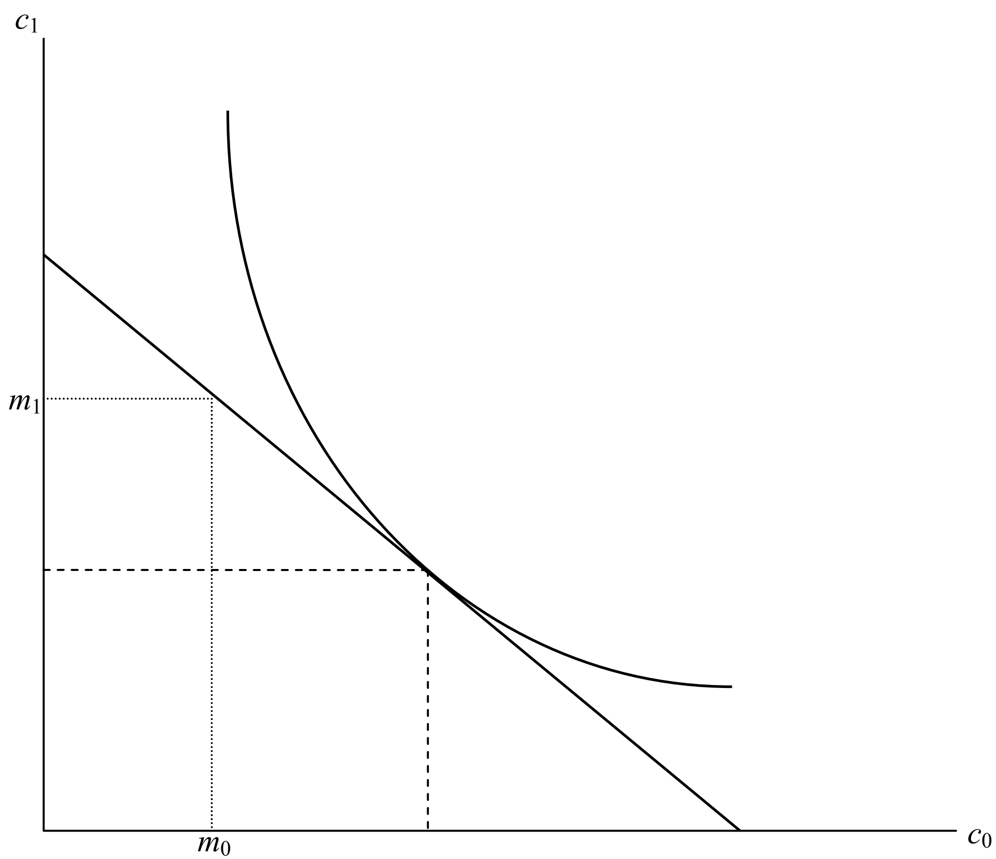
Un $\uparrow r$ hace girar la RPI alrededor de la dotación corriente de rentas, aumentando su pendiente

OJO: La relación entre tipos de interés real, r_t, y monetario, R_t, es

$$1 + r_t = \frac{1 + R_t}{1 + \pi_t}, \tag{4}$$

siendo π_t la tasa de inflación. La solución $r_t \approx R_t - \pi_t$ es aproximadamente válida cuando R_t y π_t son pequeños

¿Dónde se ve que esta persona ahorra o pide prestado? Comparando



Primal Intertemporal:

$$\max_{c_0, c_1} u(c_0) + \beta u(c_1)$$

$$\text{s.a: } \begin{cases} p_0 c_0 + p_1 \dfrac{c_1}{1+r} = m_0 + \dfrac{m_1}{1+r} \\ c_0 > 0 \\ c_1 > 0 \end{cases} \tag{5}$$

✍ Escribir lagrangiano, plantear CPO y resolver

Proposición: En un óptimo interior,

$$\frac{u_0(c_0)}{\beta u_1(c_1)} = \frac{p_0}{p_1}(1+r) \tag{6}$$

Suponiendo $p_0 = p_1$ (no inflación), y, en particular normalizando los precios, $p_0 = p_1 = 1$, entonces

$$\frac{u_0(c_0)}{\beta u_1(c_1)} = 1 + r \tag{7}$$

LHS: Relación de Sustitución Temporal (*RST*)

RHS: Precios relativos

Alternativamente, $\delta = r$ (δ tasa de descuento psicológica o *TMPT*, $\delta = RST - 1$)

La condición (7) se puede reescribir como

$$u_0(c_0) = \beta u_1(c_1)(1 + r) \tag{8}$$

que se conoce como **ecuación de Euler:** La ecuación de Euler iguala la utilidad marginal de 1 unidad consumida hoy a la utilidad marginal de 1 unidad ahorrada

Una unidad ahorrada hoy genera $1+r$ unidades de consumo mañana y éstas una utilidad marginal al individuo de $\beta u_1(c_1)$

La ecuación de Euler (8) es la que determina las decisiones de consumo/ahorro de los individuos: Si el lado izquierdo fuese mayor (menor) que el derecho, lo óptimos sería consumir más (menos) hoy disminuyendo (aumentando) el ahorro. En el equilibrio, deben ser iguales

La CPO (ecuación de Euler), junto con la restricción presupuestaria, permite obtener el consumo óptimo de cada periodo y el nivel de ahorro

Solución: Funciones de demanda intertemporales $\{(c_0^* = c_0^m(r,w),\ c_1^* = c_1^m(r,w))\}$, siendo w la riqueza del individuo

Definición: w es el valor presente (o descontado) de todos los activos y rentas del individuo a lo largo de toda su vida; $w = m_0 + \frac{1}{1+r} m_1$

****

✍ Ver el caso en el que $p_0 \neq p_1$ (inflación, $\pi = \frac{p_1 - p_0}{p_0}$) en Antelo (2000), pp. 165-167

En equilibrio, $\delta \approx R - \pi$, R tipo de interés monetario, $r = R - \pi$

****

A lo largo de toda esta discusión, como hacemos $p_0 = p_1 = 1$, el tipo de interés **monetario** R coincide con el tipo de interés **real** r (y hablamos siempre de interés real)

Interpretación de la ecuación de Euler

La ecuación de Euler se puede escribir como

$$\frac{u_0(c_0)}{u_1(c_1)} = \beta(1+r)$$

a partir de la cual podemos obtener el consumo relativo del individuo en cada periodo como función de la relación entre esu factor de descuento subjetivo (*TMPT*) y el tipo de interés de mercado ():

• Si $\beta(1+r) = 1$, entonces $u_0(c_0) = u_1(c_1)$. Por lo tanto, $c_0 = c_1$ (Cuando la valoración subjetiva o *TMPT* del individuo coincide con el tipo de interés de mercado, $\delta = r$, el consumo es constante)

Proof. Si $u_0(c_0) = u_1(c_1)$, entonces la CPO, $\frac{u_0(c_0)}{\beta u_1(c_1)} = 1 + r$, resulta $\frac{1}{\beta} = 1 + r$, es decir, $\frac{1}{\beta} - 1 = r$, con lo cual $\delta = r$

• Si $\beta(1+r) > 1$, entonces $u_0(c_0) > u_1(c_1)$. Por lo tanto, $c_0 < c_1$ (Cuando la tasa de descuento o *TMPT* del individuo es menor que la del mercado, $\delta < r$, el consumo es creciente)

Proof. Si $u_0(c_0) > u_1(c_1)$, entonces la CPO, $\frac{u_0(c_0)}{\beta u_1(c_1)} = 1 + r$, resulta $\frac{1+\varepsilon}{\beta} = 1 + r$, con $\varepsilon > 0$, es decir, $\frac{1}{\beta} - 1 = r - \frac{\varepsilon}{\beta}$, con lo cual $\delta < r$

• Si $\beta(1+r)<1$, entonces $u_0(c_0)<u_1(c_1)$. Por lo tanto, $c_0>c_1$ (Cuando la tasa de descuento o *TMPT* del individuo es mayor que la del mercado, $\delta>r$, la respuesta óptima implica un patrón de consumo decreciente)

Proof. Si $u_0(c_0)<u_1(c_1)$, entonces la CPO, $\frac{u_0(c_0)}{\beta u_1(c_1)}=1+r$, resulta $\frac{1-\varepsilon}{\beta}=1+r$, con $\varepsilon>0$, es decir, $\frac{1}{\beta}-1=r+\frac{\varepsilon}{\beta}$, con lo cual $\delta>r$

Cómo responde el consumo (el ahorro) al tipo de interés?

Ejemplo: Supongamos que la función de utilidad instantánea adopta la forma $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\alpha}}{1-\alpha}$, donde $\alpha \in (0,\infty)$ es el coeficiente de aversión al riesgo relativo (la inversa de la elasticidad de sustitución entre el consumo en diferentes periodos).

La función de utilidad vital se convierte en $U = \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+\rho)^t} \frac{c_t^{1-\alpha}}{1-\alpha}$, donde ρ es la tasa de descuento.

Consideremos el habitual experimento de la reducción de 1 unidad en el consumo de un periodo t acompañada de un aumento de 1+r unidades en t+1. La optimización exige que un cambio marginal de este tipo carezca de efectos en la utilidad vital. Dado que la utilidad marginal del consumo en los periodo t y t+1 es $\frac{c_t^{-\alpha}}{(1+\rho)^t}$ y $\frac{c_{t+1}^{-\alpha}}{(1+\rho)^{t+1}}$, respectivamente, la condición puede escribirse como

$$\frac{c_t^{-\alpha}}{(1+\rho)^t} = (1+r)\,\frac{c_{t+1}^{-\alpha}}{(1+\rho)^{t+1}}$$

Reordenando, resulta

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

En resumen, si el tipo de interés real y la tasa de descuento difieren, el consumo no tiene por qué seguir un patrón aleatorio: aumenta (disminuye) a lo largo del tiempo si $r > \rho$ (<)

A partir de aquí: ¿cómo responde el consumo a las variaciones en r? Respuesta: en escasa medida (lo cual sugiere que la elasticidad intertemporal de sustitución es pequeña, i.e., α es elevada)

Caso particular: $\rho = r$, y dos periodos t=0,1. La ecuación de Euler se escribe como

$$\left(\frac{c_0}{c_1}\right)^{-\alpha} = \beta(1+r)$$

i.e.,

$$\frac{c_0}{c_1} = [\beta(1+r)]^{1/\alpha}$$

Si $\beta(1+r)=1$, entonces $c_0 = c_1$, $\forall\alpha$ (Ver comentario anterior). Si $\beta(1+r)\neq 1$, entonces cuanto mayor es α más cóncava es la función de utilidad y, por lo tanto, peor está el individuo ante variaciones en el consumo entre ambos periodos con independencia de la relación $\beta(1+r)$ (lo cual le induce a estar menos dispuesto a sustituir consumo de un periodo por consumo de otro). En el límite, $\lim_{\alpha\to\infty}[\beta(1+r)]^{1/\alpha} = 1$, i.e., iguala el consumo de todos los periodos. ■

Tipo de interés y ahorro en el modelo de dos periodos: Estática comparativa (Ecuación de Slustky intertemporal)

A la vista de las funciones de demanda marshalliana intertemporales es inmediato comprobar que los cambios en el conjunto de elección del individuo pueden ser debidos a:

- variaciones en la renta (efecto riqueza (ER)) y/o
- variaciones en el tipo de interés real (efecto sustitución intertemporal (ESI))

1. Efecto riqueza (ER): es el debido a la modificación de la RPI sin cambiar su pendiente

Ejemplo: ¿Qué sucede si m_0 y/o m_1 aumentan?

Aumentos en la renta expanden la RP con independencia del periodo en el cual se produzcan, dado que no hay restricciones a la hora de transferir los recursos intertemporalmente (no hay restricciones de liquidez; con restricciones de liquidez, esto cambia)

Respuesta: La RPI se desplaza a la derecha $\Rightarrow \uparrow c_0^*$ y $\uparrow c_1^*$ (una expansión de la RP hace que nos sintamos más ricos y, por tanto, queramos $\uparrow$ tanto el consumo presente como el consumo futuro)

OJO: Lo que importa es el valor presente o descontado del flujo de rentas (i.e., la riqueza), y NO si estas rentas llegan temprano o tarde

2. Efecto sustitución intertemporal (ESI): es el debido a un cambio en el tipo de interés real

El ESI es el provocado por un cambio de precios sin que haya variación de la riqueza (i.e., es el efecto de cambiar la pendiente de la RP sin cambiar el nivel de la RP). En el caso intertemporal, el precio relevante es $\boldsymbol{r}$. Un cambio de $\boldsymbol{r}$ implica un cambio en la pendiente de la RP…

… Para que no haya un cambio simultáneo de la riqueza, es necesario que la nueva RP no permita consumir ni más ni menos que lo anteriormente escogido. Por eso, sólo observamos un ESI puro (i.e., ER=0) cuando cambia *r* para un individuo que (al tipo de interés *r*) consume **exactamente** su dotación corriente.
Al variar *r*, la RP gira alrededor de la dotación corriente, porque sea cual sea el nuevo *r* el individuo siempre puede consumir en dicho punto sin ahorrar nada en t=0

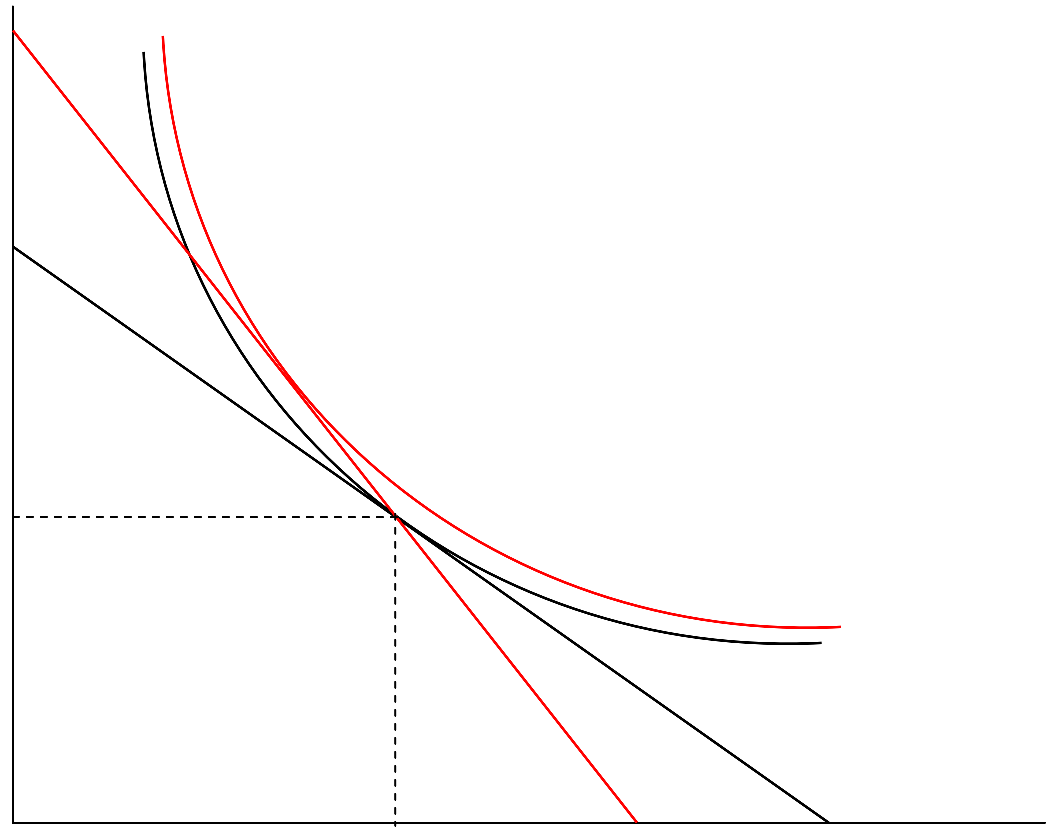
Tipo de interés y ahorro en el modelo de dos periodos

Un $\uparrow r$ se traduce en una mayor pendiente de la curva de consumo, peo esto no significa necesariamente que el consumo se reduzca (y el ahorro aumente)

Lo que complica el análisis es que el cambio en *r* no tiene sólo un ESI, sino también un ER (si el individuo es ahorrador, un $\uparrow r$ le permitiría alcanzar un nivel de consumo superior)

Consideremos un $\uparrow r$ $(r' > r)$: ¿Efecto sobre c_0^*? **Tres posibles casos:**

(i) Que en la situación inicial, al tipo de interés r, el individuo consuma su renta en cada periodo

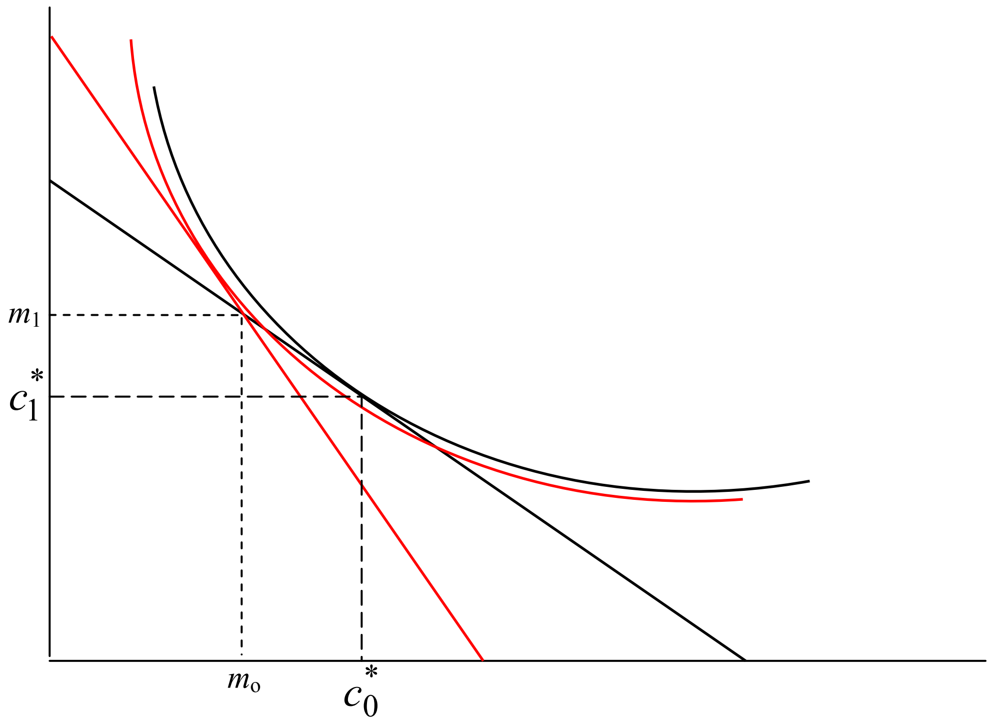


En este caso, el ahorro inicial es 0, con lo cual el $\uparrow r$ no tiene ER (ER=0) y la cesta de consumo inicial sigue estando situada sobre la nueva RP: Sólo hay ESI. En consecuencia, el consumo cae y el ahorro aumenta en el primer periodo

En cualquier otro caso distinto de **(i)** se combinan ESI y ER: Un $\uparrow r$ implica un ESI siempre **negativo** sobre c_0^* pero puede provocar un ER **negativo** o **positivo** (y en este último caso, el ET sobre c_0^* puede ser ambiguo)

Un $\uparrow r$ para un estudiante ($m_0 < m_1$) tiene un ER **negativo**. En general, esto sucede en el caso en el que:

(ii) En el equilibrio inicial con r, el individuo es prestatario



El individuo parte de una situación de endeudamiento y el consumo del equilibrio inicial ya no es factible al nuevo tipo de interés. Tanto el ESI como el ER reducen el consumo en el primer periodo, por lo que el ahorro aumenta necesariamente.

Resultado: Si al tipo de interés r el individuo es prestatario, al tipo de interés $r' > r$:

(i) El ESI es **negativo** e implica, inequívocamente, $\downarrow c_0^*$ y $\uparrow c_1^*$. (Intuición: un $\uparrow r$ hace más barato c_1 comparado con $c_0 \Rightarrow$ conviene sustituir c_0 por más c_1)

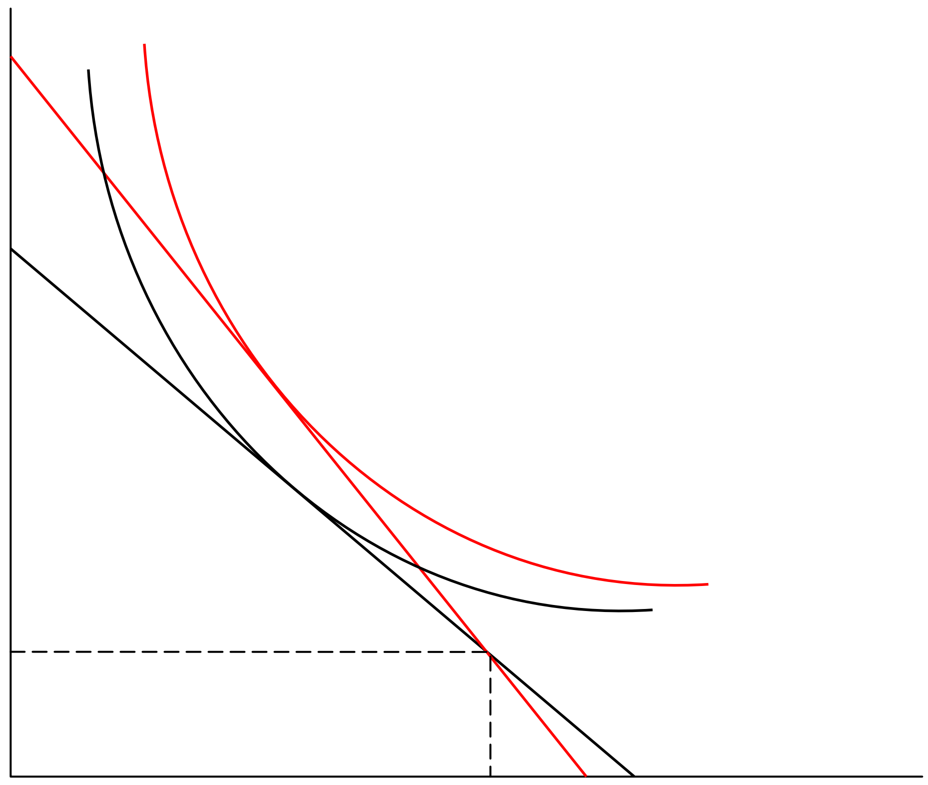
(ii) El ERI también es **negativo** (para quien pide prestado un $\uparrow r$ tiene ER negativo), con lo cual $\downarrow c_0^*$ y $\downarrow c_1^*$

Total:

- $c_0^* \downarrow$ como resultado de ambos efectos
- Sin embargo, el efecto sobre c_1^* es ambiguo (aumenta por el ESI pero disminuye por el ER)

Sin embargo, un $\uparrow r$ para un futbolista ($m_0 > m_1$) tiene un ER **positivo**. En general, esto sucede siempre que:

(iii) En el equilibrio inicial hay ahorro (típico de un individuo con $m_0 > m_1$)



Si el ahorro es positivo, el $\uparrow r$ tiene un ER positivo: el individuo puede permitirse consumir por encima de su cesta inicial. Por otra parte, el ESI es negativo. Total, el ER actúa disminuyendo el ahorro, mientras que el ESI tiende a aumentarlo $\Rightarrow$ El efecto total sobre c_0 y el ahorro de un $\uparrow r$ es ambiguo.

Resultado: Si al tipo de interés r el individuo es prestamista, entonces al tipo de interés $r' > r$:

(i) El ESI es **negativo** e implica, inequívocamente, $\downarrow c_0^*$ y $\uparrow c_1^*$. (Intuición: un $\uparrow r$ hace más barato c_1 comparado con $c_0 \Rightarrow$ conviene sustituir c_0 por más c_1)

(ii) El ERI es **positivo**, con lo cual $\uparrow c_0^*$ y $\uparrow c_1^*$

Total:

- El efecto sobre c_0^* es ambiguo
- El efecto sobre c_1^* es inequívoco (aumenta por el ESI y aumenta también por el ER)

Resultado: La economía en su conjunto ni presta, ni pide prestado (suponiendo que sea una economía cerrada). Por lo tanto, un $\uparrow r$ no tiene ER para la economía total (estamos en el caso **(i)**); sólo tiene ESI, con lo cual el consumo agregado de hoy, C_0^*, disminuye cuando $\uparrow r$. El ahorro aumenta con el $\uparrow r$.

Más en detalle, dado que el stock de riqueza en el conjunto de la economía es positivo, los individuos son, en promedio, más **ahorradores** que **deudores**: Por lo tanto, el ER global de un $\uparrow r$ es positivo. Un $\uparrow r$ tiene, pues, dos efectos contrapuestos sobre el ahorro global: uno positivo, a través del ESI, y otro negativo, a través del ER.

Al escoger c_0^*, lo que implícitamente está decidiendo el individuo es la cantidad que quiere ahorrar (o pedir prestado): $s_0^* = m_0 - p_0 c_0^*$. Por lo tanto,

$$s_0^* = s_0^m(r, w)$$

es la función de oferta marshalliana de ahorro del individuo

Al analizar los efectos de una variación del r sobre el c_0^*, queda definido el efecto sobre el **ahorro**.

Renta permanente y consumo

Consideremos un individuo que experimenta un aumento de renta y quiere saber cuánto aumentar su consumo

Para simplificar, supongamos que tenemos el caso $\beta(1+r)=1$, lo cual significa que lo óptimo es escoger un consumo constante a lo largo de todos los periodos; $c_0 = c_1 = c$ (suavización del consumo)

Definición (Renta Permanente). La gente suele tener una renta variable a lo largo de los diversos periodos de su vida, m_0, m_1,…, m_T, pero podemos preguntarnos: ¿Qué renta constante sería **equivalente** al flujo de renta variable que espero tener? Esa cantidad de renta se conoce como renta permanente, m_P.

Formalmente, m_P es la renta que resuelve la ecuación

$$\underbrace{m_P + \frac{m_P}{1+r} + \frac{m_P}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{m_P}{(1+r)^T}}_{VPD(m_P \text{ desde 0 a T})} = \underbrace{m_0 + \frac{m_1}{1+r} + \frac{m_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{m_T}{(1+r)^T}}_{VPD(m_0, m_1, \ldots, m_T)}$$

Es decir,

$$m_P\left(\frac{1+r}{r}\right)\left(1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right) = m_0 + \frac{m_1}{1+r} + \frac{m_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{m_T}{(1+r)^T}$$

de donde se obtiene

$$m_P = \left(\frac{1}{1+r}\right)\left(\frac{(1+r)^T}{(1+r)^T - 1}\right)\left(m_0 + \frac{m_1}{1+r} + \frac{m_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{m_T}{(1+r)^T}\right)$$

Ojo: Si el individuo tiene algunos otros activos (bonos,…), deben incluirse en m_0.

La renta permanente nos da una pista importante cuando queremos calcular el consumo:

Quien quiera suavizar completamente su consumo intertemporal (i.e., consumir la misma cantidad en todos los periodos de su vida), no puede consumir más que su renta permanente.

Ejemplos:

Ejemplo 1. Un individuo tiene rentas $m_0 = 1000$ y $m_1 = 2000$.

(a) Si el tipo de interés es $r = 0$, su renta permanente es la que verifica $m_P + m_P = 1000 + 2000$, i.e., $m_P = 1500$, con lo cual para suavizar su consumo debe consumir $c_0^* = c_1^* = 1500$

(b) Si el tipo de interés es $r = 0{,}03$,… calcular…

Ejemplo 2. Un individuo inmortal ha ganado X€ en la lotería y decide no volver a trabajar nunca más. ¿Cuánto podrá consumir si el tipo de interés es *r*?

Su renta permanente es la que satisface la condición $m_P + \frac{m_P}{1+r} + \frac{m_P}{(1+r)^2} + ... = X$. Es decir,

$$\left(\frac{1+r}{r}\right) m_P = X$$

Por lo tanto, $m_P = \left(\frac{r}{1+r}\right) X \approx rX$

Es decir, m_P es el interés rX que recibe del premio, lo cual es justamente lo que puede consumir en cada periodo.

Ejemplo 3. Un estudiante tiene 1000€ en el banco, su renta actual es $m_0 = 0$ y su renta entre t=5 y t=65 será de 30000€ ($m_5 = ... = m_{65} = 30000$). El tipo de interés es $r = 0{,}1$. Determinar su renta permanente.

$$m_P + \frac{m_P}{1+0{,}1} + \frac{m_P}{(1+0{,}1)^2} + ... + \frac{m_P}{(1+0{,}1)^{65}} = 1000 + \frac{30000}{(1+0{,}1)^5} + \frac{30000}{(1+0{,}1)^6} + ... + \frac{30000}{(1+0{,}1)^{65}}$$

$$\frac{1{,}1}{0{,}1}\left(1 - \frac{1}{(1{,}1)^{66}}\right) m_P = 1000 + \frac{1}{(1{,}1)^5}\frac{1}{0{,}1}\left(1 - \frac{1}{(1{,}1)^{60}}\right) 30000$$

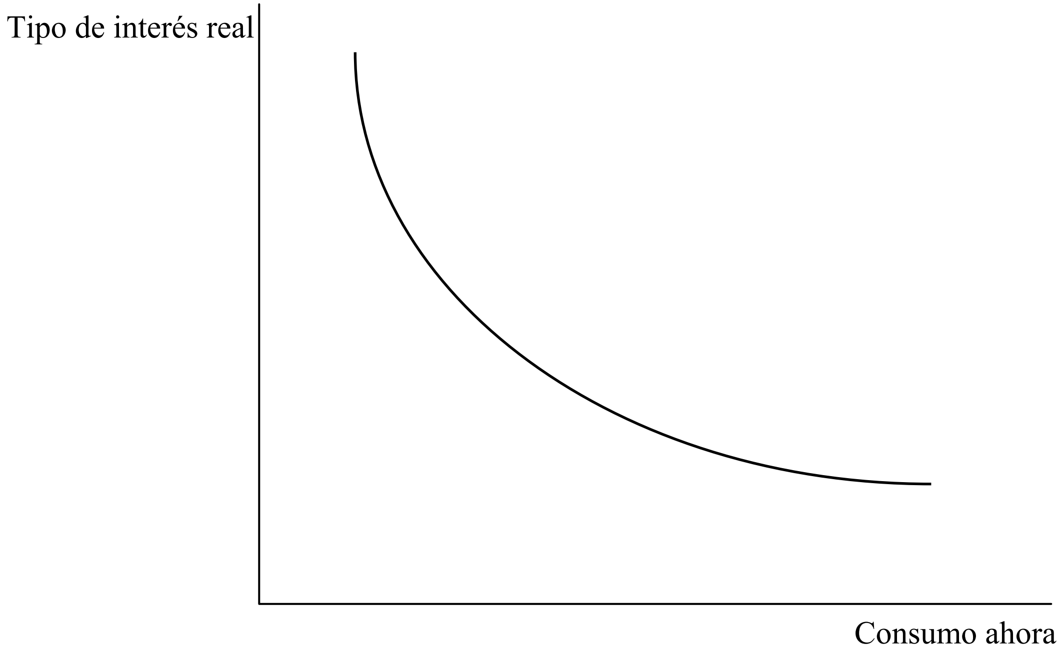
de donde se obtiene m_P.

Renta permanente y efecto riqueza

Proposición. El consumo aumenta más ante un cambio permanente de la renta que ante un cambio temporal

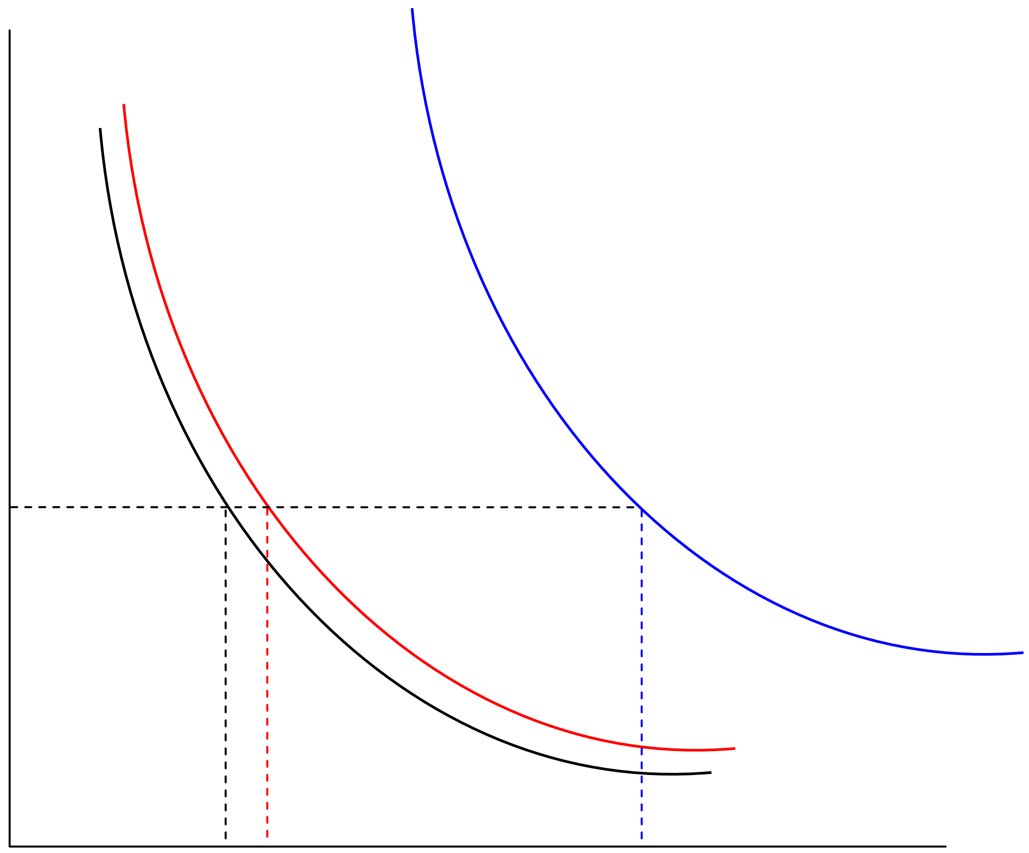
Idea: Si mi renta aumenta en *X*€ para siempre, ¿cuánto debe aumentar mi consumo? Dado que mi renta permanente ha aumentado *X*€, si quiero suavizar el consumo, debo aumentarlo en *X*€
Sin embargo, si mi renta aumenta en *X*€ sólo en el periodo presente, ¿cuánto debe aumentar mi consumo? En este caso, mi renta permanente ha aumentado en $X\left(\frac{r}{1+r}\right) \approx rX$ €. Por lo tanto, debo aumentar mi consumo en *rX*€<*X*€ (por ejemplo, si *r*=0,01, el consumo debe aumentar en 0,0*X*€). ■

Volviendo a la demanda de consumo, $c_0^* = c_0^m(r, w)$, y a los ESI y ER



La curva tiene pendiente negativa por el ESI (un ↑r provoca un ↓consumo presente: desplazamiento a lo largo de la curva de consumo presente)

Por otra parte, un ↑ de la renta desplaza toda la curva de consumo hacia la derecha



Ahora bien, el ER de un ↑ permanente de la renta es mucho **mayor** que el ER de un ↑temporal

Ampliaciones del modelo de elección intertemporal de dos periodos

1. Formulación Arrow-Debreu

La formulación Arrow-Debreu implica que dos bienes iguales consumidos en diferentes momentos del tiempo son considerados bienes distintos con precios diferentes

Si indiciamos los bienes por el momento en el que son consumidos, podemos reescribir el modelo de elección intertemporal como un modelo de elección estático, donde todas las elecciones, c_0 y c_1, se realizan en el momento inicial $t=0$.

Para analizar la formulación Arrow-Debreu, sólo es preciso definir p_t como el precio de 1 unidad de consumo en términos del periodo base (que suele ser $t=0$). El precio en el periodo $t+1$ se define como $p_{t+1} = \dfrac{p_t}{1+r_{t+1}}$. Con ello la restricción intertemporal de recursos es

$$p_t c_t + p_{t+1} c_{t+1} \leq p_t m_t + p_{t+1} m_{t+1}$$

E.d., el valor actual neto (a precios del periodo 0) del gasto en consumo en t y $t+1$ no puede superar el valor actual neto de las rentas en t y $t+1$ (valor monetario de la dotación que posee de ambos bienes)

Tal como hemos definido los precios Arrow-Debreu, el precio del periodo t se obtiene recursivamente como el valor actual neto de 1 unidad de consumo del periodo t en el periodo inicial 0. El precio del periodo inicial se puede normalizar a 1, $p_0 = 1$, y el resto de precios convierten las asignaciones del periodo t valor actual neto del periodo 0

$$p_0 = 1$$

$$p_t = \frac{1}{(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_t)}$$

Con los precios definidos así, este problema en formulación Arrow-Debreu es equivalente al problema secuencial. En efecto, el problema que resuelven los individuos en el periodo *t* es

$$\max_{c_t, c_{t+1}} u(c_t) + \beta u(c_{t+1})$$

$$\text{s.a:} \begin{cases} p_t c_t + p_{t+1} c_{t+1} \leq p_t m_t + p_{t+1} m_{t+1} \\ c_t, c_{t+1} \geq 0 \end{cases}$$

Este problema es el de un consumidor que debe elegir entre dos bienes distintos en un momento del tiempo. Aquí, elige dos bienes, consumo hoy y consumo mañana (c_t, c_{t+1}), medido en términos reales a precios del periodo 0, dada su renta (que es el valor monetario de la dotación que posee de ambos bienes) y los precios (p_t, p_{t+1}) de ambos bienes, donde los precios relativos entre ambos bienes son $\frac{p_t}{p_{t+1}} = \frac{1}{1 + r_{t+1}}$

La ecuación de Euler asociada al problema en formulación Arrow-Debreu es

$$\frac{u_t(c_t)}{u_{t+1}(c_{t+1})} = \beta \frac{p_t}{p_{t+1}}$$

y podemos hacer el análisis del modelo secuencial comparando $\frac{p_t}{p_{t+1}}$ con β.

Por ejemplo, si $\beta \frac{p_t}{p_{t+1}} = 1$, entonces $c_t = c_{t+1}$ (consumos simétricos). En este caso, podemos hallar fácilmente los precios relativos ya que $\frac{p_{t+1}}{p_t} = \beta$, de forma que el precio del consumo valorado en t+1 es menor que el precio del consumo en t. Esto es debido a que los individuos descuentan el futuro y prefieren 1 unidad de consumo hoy que mañana. Por lo tanto, para que los consumos fueran constantes, los precios deberían caer a la tasa a la cual se descuenta el futuro

2. Las restricciones de liquidez

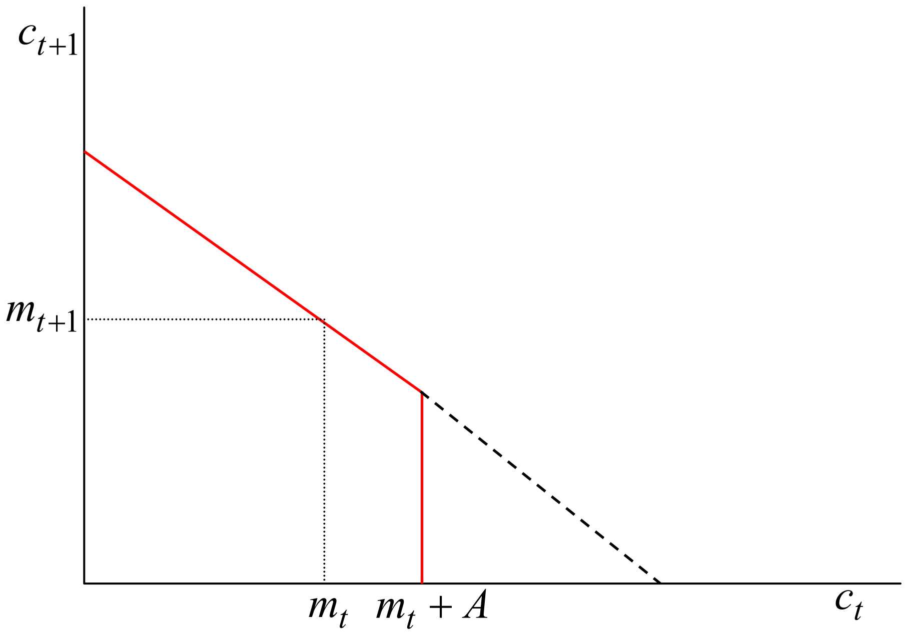
En el modelo de elección intertemporal analizado, la única restricción del individuo para transferir recursos intertemporalmente es la RP (es la que delimita la capacidad de ahorrar o endeudarse al valor presente del flujo de ingresos)

Estamos suponiendo que los individuos pueden endeudarse al mismo tipo de interés que el que retribuye su ahorro, siempre que terminen por pagar sus préstamos. En la realidad, esto no es cierto (suelen pagan un interés mayor por los préstamos que el que reciben por el ahorro, no pueden seguir pidiendo prestado cuando el banco considera que están excesivamente endeudados sea cual sea el r, etc.). Es decir, tienen **restricciones de liquidez**

Supongamos que por alguna causa no explicitada en el modelo (problemas de info asimétrica, problemas contractuales…) los individuos tienen restricciones a su capacidad para transferir consumo intertemporalmente. Formalmente, decimos que hay **mercados incompletos** pues los individuos no pueden realizar todas las transacciones que desearían.

Por ejemplo, que los individuos no puedan endeudarse más que un cierto nivel estipulado A: en el momento t no pueden endeudarse por una cantidad superior a A. En la formulación Arrow-Debreu, esto implica la imposibilidad por parte de los agentes de firmar cierto tipo de contratos (que podrían ser beneficiosos)

Gráficamente:



Para que dicha restricción limite la capacidad de endeudamiento, debe ser menor al valor actual neto del ingreso futuro, $A < \frac{m_{t+1}}{1+r_{t+1}}$. Por el contrario, si $A \geq \frac{m_{t+1}}{1+r_{t+1}}$, entonces no sería vinculante

La solución del problema con restricciones de liquidez

✍ Plantear y resolver…

depende de si la restricción es **operativa**, en cuyo caso es

$$c_t^* = m_t + A$$

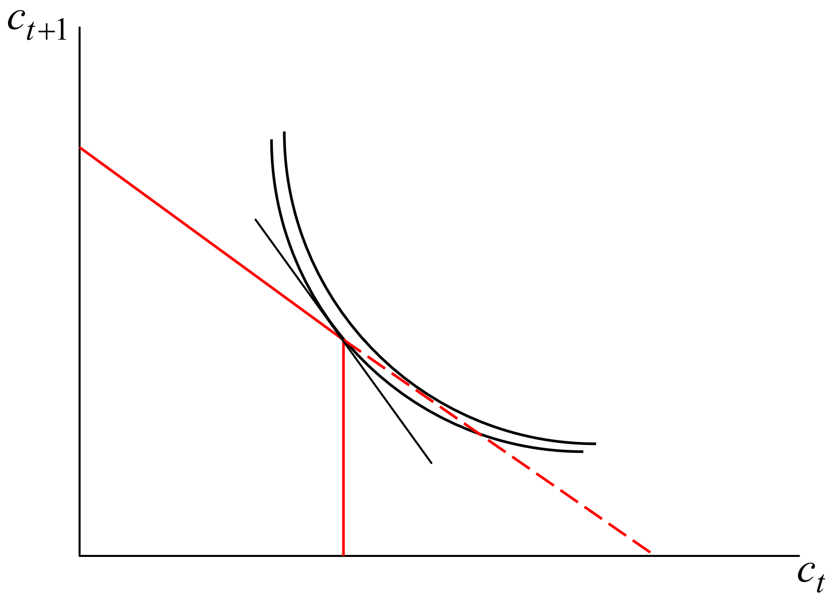
$$c_{t+1}^* = m_{t+1} - A(1 + r_{t+1})$$

(Si $A = 0$, la solución óptima es el consumo de autarquía.)

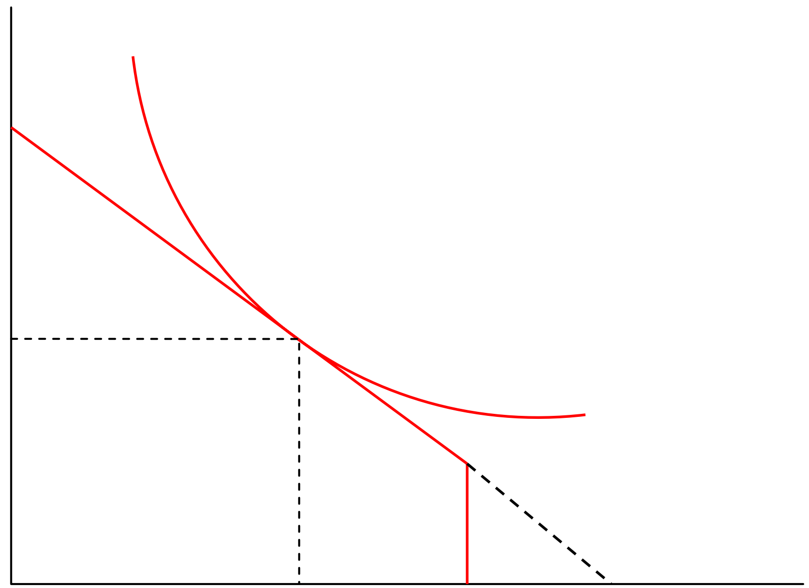
o si **no es operativa**, en cuyo caso es la misma que sin restricciones de liquidez.

Proposición. (i) Si la restricción de liquidez es operativa, la ecuación de Euler se cumple en desigualdad

$$\frac{u_t(c_t)}{\beta u_{t+1}(c_{t+1})} > 1 + r_{t+1}$$



(ii) Si la restricción de liquidez no es operativa, la solución es la misma que sin la restricción



Proposición: Las restricciones de liquidez pueden elevar el ahorro

Demostración (Idea): Cuando es operativa, es evidente (el individuo pasa a consumir menos de lo que lo haría en su ausencia). Incluso cuando no es operativa por el momento, la mera amenaza de su futura aparición puede desincentivar el consumo.

Mirar ejemplo similar en Antelo (2000), pp. 173-174

3. El modelo con T periodos

En el modelo analizado, T es el número de periodos sobre los cuales el individuo (familia) debe decidir (horizonte de planificación)

¿Cómo de largo es ese horizonte de planificación?

3.1 Modelos de ciclo vital y horizonte finito (T finito)

En este caso, el horizonte T está dado por la esperanza de vida del individuo

Si los individuos no están preocupados por lo que suceda después de su muerte, lo óptimo será no dejar riqueza alguna sin consumir en el periodo T (en realidad, lo óptimo sería dejar deuda en T, pero nadie le va a permitir eso…)

El modelo de ciclo vital supone que el periodo de vida biológico es mayor que el de vida laboral, con lo que para los últimos periodos tenemos ($m_t = 0$) y el consumo en dichos periodos está financiado con ahorro del pasado y/o con transferencias (Seguridad Social)

Consideremos un individuo que vive durante T periodos y cuya utilidad vital es

$$U = \sum_{t=1}^{T} u(c_t), \qquad u'(\cdot) > 0, \; u''(\cdot) < 0$$

Donde $u(\cdot)$ es la utilidad instantánea, c_t el consumo en el periodo t. (Suponemos que no descuenta el futuro.) El tipo de interés es 0.

La RP del individuo es $\sum_{t=1}^{T} c_t \leq \sum_{t=1}^{T} m_t$.

El Primal Intertemporal de este individuo tiene como lagrangiano

$$L = \sum_{t=1}^{T} u(c_t) + \lambda\left(\sum_{t=1}^{T} m_t - \sum_{t=1}^{T} c_t\right)$$

y la CPO para c_t es $u'(c_t) = \lambda$. Dado que esta condición se cumple en cada uno de los periodos, la utilidad marginal del consumo es constante, lo cual significa que $c_1 = c_2 = ... = c_T$. Utilizando la RP, resulta

$$c_t = \frac{1}{T}\left(\sum_{\tau=1}^{T} m_\tau\right), \text{ para todo t.}$$

Resultado: El individuo distribuye los recursos a lo largo de toda su vida (riqueza) en partes iguales para cada periodo vital.

Implicaciones:

El consumo en un periodo no depende del nivel de renta en dicho periodo, sino de la riqueza (renta permanente en terminología de Friedman (1957)).

Renta transitoria: Diferencia entre renta corriente y renta permanente

Importante distinguir entre renta permanente y renta transitoria: Un ingreso extraordinario X en el primer periodo aumenta la renta de este periodo en X, pero el incremento en la renta permanente que ello implica es de sólo X/T. Si el horizonte temporal del individuo T es suficientemente largo, el efecto sobre el nivel de consumo corriente es escaso. (Ver Resultado en transparencias anteriores)

Aplicación: Una reducción temporal de impuestos tiene una influencia menor sobre el consumo que una reducción permanente

OJO: Aunque la distribución temporal de los ingresos no es relevante para el consumo, sí lo es para el a Ahorro. El ahorro en el periodo t es

$$s_t = m_t - c_t = m_t - \frac{1}{T}\left(\sum_{\tau=1}^{T} m_\tau\right)$$

El ahorro aumenta cuando la renta es alta en relación con la renta media (i.e., cuando la renta transitoria es elevada). Cuando la renta corriente es menor que la permanente, el ahorro es negativo, lo que significa que el individuo debe acudir al ahorro y endeudamiento para mitigar las fluctuaciones del consumo. Ésta es la idea clave de la Hipótesis del Ciclo Vital o de la Renta Permanente de Modigliani y Brumberg (1954) y Friedman (1957).

…

Ver Romer (), Macroeconomía Avanzada.

3.2 Familias altruistas y horizontes infinitos (T infinito)

Si las familias son altruistas y se preocupan por sus descendientes, el horizonte de planificación ya no es tan obvio. T se extiende más allá de la esperanza de vida, ya que se otorga alguna importancia al consumo de los descendientes en las siguientes generaciones.

De esta forma, podemos pensar en familias con un horizonte infinito

…