# ③ ELECCION OPTIMA

La elección optima del individuo se caracteriza por el pto de tangencia entre las curvas que representan las preferencias del individuo y la restricción presupuestaria.

Nuestro individuo busca.

$$\boxed{\begin{array}{l} \max\limits_{[c_1, l_1, c_2, l_2]} \; U(c_1, 1-l_1) + \beta U(c_2, 1-l_2) \\ \text{s.a} \quad c_1 + \dfrac{c_2}{1+r} = w_1 l_1 + \dfrac{w_2 l_2}{1+r} \\ \quad\quad c_1, c_2 \geq 0 \\ \quad\quad l_1, l_2 \in [0,1] \end{array}}$$

Denotamos por $\lambda_i$ cada uno de los multiplicadores de Lagrange.

$$L = U(c_1, 1-l_1) + \beta U(c_2, 1-l_2) + \lambda \left[ w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)} - c_1 - \frac{c_2}{(1+r)} \right]$$

CPO para que $\exists$ máximo

$$[1] \quad \frac{\partial L}{\partial c_1} ; \quad \frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial c_1} - \lambda = 0$$

**C.P.O**

$$[2] \quad \frac{\partial L}{\partial c_2} ; \quad \beta \frac{\partial u(c_2, 1, l_2)}{\partial c_2} - \frac{\lambda}{(1+r)} = 0$$

$$[3] \quad \frac{\partial L}{\partial l_1}; \quad \frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial l_1} + \lambda w_1 = 0$$

$$[4] \quad \frac{\partial L}{\partial l_2}; \quad \beta \frac{\partial u(c_2, 1-l_2)}{\partial l_2} + \lambda \frac{w_2}{(1+r)} = 0$$

$$[5] \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda}; \quad w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)} - c_1 - \frac{c_2}{(1+r)} = 0$$

Con [1] y [3] despejando $\lambda$ se obtiene:

$$\frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial l_1} + \frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial c_1} \cdot w_1 = 0$$

$$\frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial c_1} = \frac{-\frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial l_1}}{w_1}$$

$$\boxed{-\frac{\frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial c_1}}{\frac{\partial u(c_1, 1-l_1)}{\partial l_1}} = \frac{1}{w_1}}$$

Mirar ivada.
Poner juntas las
RMS y la
restricción (del modelo
presupuestaria)

Esto mide el coste marginal de incrementar una ud. de consumo en términos de ocio, valorado a precios de mercado.

En el óptimo, la tasa a la cual el consumidor está dispuesto a sustituir 1 ud. de consumo por 1 de ocio depende de los precios relativos entre consumo y ocio en esa economía.

Con [2] y [4] despejando $\lambda$ obtenemos:

$$\frac{\dfrac{\partial U(C_2, 1-l_2)}{\partial C_2}}{-\dfrac{\partial U(C_2, 1-l_2)}{\partial l_2}} = \frac{1}{w_2}$$

Con [1] y [2]

$$\beta \frac{\partial U(C_2, 1-l_2)}{\partial C_2} = \frac{\dfrac{\partial U(C_1, 1-l_1)}{\partial C_1}}{(1+r)}$$

$$\boxed{\beta(1+r) = \frac{\dfrac{\partial U(C_1, 1-l_1)}{\partial C_1}}{\dfrac{\partial U(C_2, 1-l_2)}{\partial C_2}}}$$

S2

La elección del consumidor entre $C_1$ y $C_2$ depende de $\beta$ y $r$

Esta relación mide el C. Mg de incrementos en el consumo de $t_1$ respecto al consumo de $t=2$. En el óptimo el consumidor iguala esta relación a la pendiente de la restricción presupuestaria. Que viene dada

Con [3] y [4]

Para poder ver la $RMS^{p_2}_{l_1}$ tendrá que depender de los precios relativos de los salarios

$$\frac{\partial u(C_1, 1-l_1)}{\partial l_1} = -\lambda w_1$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \;:$$

$$\beta \frac{\partial u(C_2, 1-l_2)}{\partial l_2} = \frac{-\lambda w_2}{(1+v)}$$

$$\Rightarrow \frac{UMA l_1}{UMA l_2} = \frac{-\lambda w_1 (1+v) \lambda w_1}{\lambda w_2} = \frac{(1+v) w_1 \beta}{w_2}$$

$$\boxed{RMS^{l_1}_{l_1} = \frac{(1+v) w_1 \beta}{w_2}}$$

pte curva indif tg a pte restricc. presupuestaria

S

# Forma funcional determinada

[9.9] Para obtener las FDM y hacer el análisis de sensibilidad consideramos una forma funcional determinada de la función de utilidad

$$U(C,\ell) = \ln C_1 + \ln(1-\ell_1) + \beta\left(\ln C_2 + \ln(1-\ell_2)\right)$$

1º Derivamos la función.

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = \frac{1}{C_1} \qquad \frac{\partial U}{\partial \ell_1} = -\frac{1}{(1-\ell_1)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_2} = \frac{\beta}{C_2} \qquad \frac{\partial U}{\partial \ell_2} = -\frac{\beta}{(1-\ell_2)}$$

2º Planteamos el Lagrangiano.

$$\mathcal{L} \equiv \ln(C_1) + \ln(1-\ell_1) + \beta\ln(C_2) + \beta\ln(1-\ell_2)$$

$$+\lambda\left[w_1\ell_1 + \frac{w_2\ell_2}{(1+r)} - C_1 - \frac{C_2}{(1+r)}\right]$$

Utilizo una Cobb-Douglas [illegible] que me garantiza soluciones interiores y cumple las propiedades ~~y a tener soluciones de~~ es.
-> Quizá deba explicitarlas aquí o en el modelo general... ¡¡Mejor en el general!!

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_1} ; \quad \frac{1}{c_1} - \lambda = 0 \quad ; \quad \lambda = \frac{1}{c_1} \qquad [1]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_2} ; \quad \beta \cdot \frac{1}{c_2} - \frac{\lambda}{(1+r)} = 0 \qquad [2]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_1} ; \quad -\frac{1}{(1-l_1)} + \lambda w_1 = 0 \qquad [3]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l_2} ; \quad -\beta \frac{1}{(1-l_2)} + \lambda \frac{w_2}{(1+r)} = 0 \qquad [4]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} ; \quad w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)} - c_1 - \frac{c_2}{(1+r)} = 0 \qquad [5]$$

[1] [2]

$$\frac{1}{c_1} = \frac{\beta(1+r)}{c_2} \Rightarrow c_1 = \frac{c_2}{\beta(1+r)}$$

Intepreta con
RMS en est
capítulo.

$$c_2 = c_1 \beta (1+r)$$

Sustituimos en la R. Ppttaria.

$$C_1 + \frac{(1+r)\beta C_1}{(1+r)} = w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)}$$

$$(1+\beta)C_1 = w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)}$$

FDM $C_1$

$$\boxed{C_1 = \frac{1}{(1+\beta)}\left[w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)}\right]}$$

$l_1$?

FDM $C_2$

$$\boxed{C_2 = \frac{\beta}{1+\beta}\left[(1+r)\,w_1 l_1 + w_2 l_2\right]}$$

$l_2$?

$a$?

→ Como responde el consumo a $\Delta$s en el salario?

$$\frac{\partial C_1}{\partial w_1} = \frac{l_1}{(1+\beta)} > 0$$

$l_1 \in (0,1)$

$\beta \in (0,1)$

COMENT.

Cuando aumenta $w_1 \Rightarrow \Delta C_1$

función de ahorro $t=1$
en $t=2$ no hay ahorro

$$\boxed{a_1 = w_1 l_1 - C_1 = \frac{(1+\beta)}{(1+\beta)} w_1 l_1 - \frac{1}{(1+\beta)}\left[w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)}\right]}$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial w_2} = \frac{1}{(1+\beta)} \frac{l_2}{(1+r)} > 0 \qquad \Delta w_2 \Rightarrow \Delta C_1$$

COMENT.

El consumo presente se ve afectado por aumentos de renta futura.

$$\frac{\partial C_2}{\partial w_1} = \frac{\beta}{(1+\beta)} (1+r) l_1 > 0 \qquad \text{Si } \Delta w_1 \Rightarrow \Delta C_2$$

relacionar con

Ciclo vital

Renta permanente

COMENT.

Y el consumo futuro se ve afectado por aumentos en la renta presente.

**COMENTARIO GENERAL.**

La conclusión más inmediata es afirmar que el consumo del individuo depende en cada periodo de la renta que percibe a lo largo de toda su vida. Modigliani... Friedman las 2 teorías tienen implicaciones parecidas

$$\frac{\partial C_2}{\partial w_2} = \frac{\beta}{(1+\beta)} l_2 > 0 \qquad \text{Si } \Delta w_2 \Rightarrow \Delta C_2$$

↳ ya que predicen que los individuos prefieren un consumo estable a lo largo de toda su vida ⇒ el consumo no depende solamente de la renta corriente. sino de una renta media (más o menos completar).

→ Como responde el consumo ante un cambio en $\underline{r}$?

$$\frac{\partial C_1}{\partial r} = -1\ \frac{(1+\beta) w_2 l_2}{(1+\beta)^2 (1+r)^2} = \frac{-w_2 l_2}{(1+\beta)(1+r)^2}$$

$$\text{Si } \Delta r \Rightarrow \nabla C_1$$

<u>COMENT.</u>

ES.

$$\frac{\partial C_2}{\partial r} = \frac{\beta}{(1+\beta)} w_1 l_1 > 0$$

$$\text{Si } \Delta r \Rightarrow \Delta C_2$$

<u>COMENT.</u>-

ER.

Un tipo de interés mayor incentiva a traspasar consumo del 1º periodo al 2º periodo

Ante cambios en $\underline{r}$ el ET se puede descomponer en la suma de 3 efectos

① ES: si $r\uparrow$, el precio relativo de $C_2$ respecto al de $C_1$ disminuye $\frac{1}{(1+r)}$ con lo que el individuo $\downarrow C_1$ y $\uparrow C_2$

② ER.O: si $\uparrow r$. $C_2$ (precio) $\downarrow \frac{1}{(1+r)}$ lo que permite $\uparrow C_1$ y $C_2$ ($C_1 C_2$ son bs ve

③ ERD:

si $r\uparrow$ la suma del valor presente desco de todas las rentas

$$w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)} \downarrow \Rightarrow C_1 \downarrow y$$

(bs normales

El resultado final depende de las preferencias del consumidor

→ <u>NOTA</u>

Si no hubiese ahorro $C_1$ no depen del $\underline{r}$ y no los 3 efectos se cancel

---

<u>APUNTE</u>

En este caso ① ③ > ②, eso está c por la Cobb.

QUIZÁ podría utilizar una funci CES que me permite variando ρ ir desde leontieff a sustitutos Cobb

Algo así.

$$U(C,l) = (C_1^{\rho} + l_1^{\rho})^{1/\rho} + \beta(C_2^{\rho} + l_2^{\rho})$$

dependiendo del valor de ρ.

→ Como varía el consumo con $\beta$?

$$\frac{\partial C_1}{\partial \beta} = + \frac{-\left(w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+r)}\right)}{(1+\beta)^2} < 0 \qquad \text{Si: } \Delta\beta \Rightarrow \nabla C_1$$

COMENT.

A medida que el individuo valora más el consumo futuro ($\beta \to 1$) el consumo en el 1º periodo $\nabla$

$$\frac{\partial C_2}{\partial \beta} = \frac{(1+r)w_1 l_1 + w_2 l_2(1+\beta) - \beta\left[(1+r)w_1 l_1 + w_2 l_2\right]}{(1+\beta)^2}$$

$$= \frac{(1+r)w_1 l_1 + w_2 l_2}{(1+\beta)^2} > 0 \qquad \text{Si } \beta \to 1 \Rightarrow \Delta C_2$$

COMENT.

Un $\beta$ mayor también incentiva a traspasar consumo a $t=2$

9.9.4

[3] [4]

$$\frac{-\beta}{(1-l_2)} + \frac{w_2}{(1-l_1)w_1(1+r)} = 0$$

$$\frac{w_2}{(1-l_1)w_1(1+r)} = \frac{\beta}{(1-l_2)}$$

$$\frac{w_2(1-l_2)}{(1-l_1)w_1(1+r)} = \beta$$

$$w_2(1-l_2) = \beta(1-l_1)w_1(1+r)$$

$$\boxed{\underbrace{(1-l_2)}_{\text{ocio en t=2}} = \underbrace{(1-l_1)}_{\text{ocio en t=1}} \frac{w_1(1+r)\beta}{w_2}}$$

+ Comentarios

$\uparrow w_2 \Rightarrow \downarrow$ ocio $t=2$

[1] [3] función de oferta de trabajo

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{(1-l_1)w_1} \qquad \boxed{c_1 = (1-l_1)\, w_1}$$

Despejamos $l_1$ para obtener la fu. oferta de trabajo.

$$c_1 = (1-l_1)w_1 = \frac{1}{(1+\beta)}\left(w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+v)}\right)$$

$$w_1 - l_1 w_1 = \frac{1}{(1+\beta)} w_1 l_1 + \frac{1}{(1+\beta)} \frac{w_2 l_2}{(1+v)}$$

$$(1+\beta) w_1 - (1+\beta) w_1 l_1 = w_1 l_1 + \frac{w_2 l_2}{(1+v)}$$

$$(1+\beta) w_1 - \frac{w_2 l_2}{(1+v)} = w_1 l_1 + (1+\beta) w_1 l_1$$

$$(1+\beta) w_1 - \frac{w_2 l_2}{(1+v)} = 2 w_1 l_1 + \beta w_1 l_1$$

$$= (2+\beta) w_1 l_1$$

$$\boxed{\ell_1 = \frac{(1+\beta)}{(2+\beta)} - \frac{w_2\,\ell_2}{(1+r)(2+\beta)\,w_1}}$$

¿Como responde $\ell_1$ ante cambios en $w_1$, $w_2$, $r$

$$\frac{\partial \ell_1}{\partial w_1} > 0$$

Si $\Delta w_1 \Rightarrow \Delta \ell_1$

COMENT.

$\ell_1$ es un "mal". Vemos que es positiva, como el ocio es un bien normal cuando aumenta el salario en $t=1$ (que es el precio del ocio) entonces disminuye la cantidad de ocio consumida y por tanto aumenta $\ell_1$. Este efecto domina al E R. derivado de que al aumentar el salario en el $1^{er}$ peri el individuo tiene + renta y por tanto debería consumir + ocio porque el ocio un "bien" (cuando ↑renta ⇒ ↑ el consumo de ocio).

$$\frac{\partial \ell_1}{\partial r} > 0$$

NOTA

Genera + renta en el $1^{er}$ periodo y más riqueza total

$$\frac{\partial l_1}{\partial w_2} < 0$$

COMENT

[2] [4]

$$\frac{\beta(1+v)}{c_2} = \frac{\beta(1+v)}{w_2(1-l_2)}$$

$$\boxed{c_2 = (1-l_2)\,w_2}$$

$$c_2 = (1-l_2)\,w_2 = \frac{\beta}{(1+\beta)}\left[(1+v)\,w_1 l_1 + w_2 l_2\right]$$

$$w_2 - l_2 w_2 = \frac{\beta(1+v) w_1 l_1}{(1+\beta)} + \frac{\beta}{(1+\beta)} w_2 l_2$$

$$(1+\beta) w_2 - (1+\beta) w_2 l_2 = \beta(1+v) w_1 l_1 + \beta w_2 l_2$$

$$(1+\beta) w_2 - \beta(1+v) w_1 l_1 = \beta w_2 l_2 + (1+\beta) w_2 l_2$$

$$= 2\beta w_2 l_2 + w_2 l_2 = (1+2\beta) w_2 l_2$$

$$l_2 = \frac{(1+\beta) \cancel{w_2}}{(1+2\beta) \cancel{w_2}} - \frac{\beta(1+v) w_1 l_1}{(1+2\beta) w_2}$$

$$\boxed{l_2 = \frac{(1+\beta)}{(1+2\beta)} - \frac{\beta(1+v) w_1 l_1}{(1+2\beta) w_2}}$$

$$\frac{\partial l_2}{\partial w_1}$$

COMENT

$$\frac{\partial l_2}{\partial w_2}$$

COMENT

$$\frac{\partial l_2}{\partial r} < 0$$

COMENT.

Para la oferta de trabajo en el 2º periodo el t/i funciona $\neq$ que para el 1º periodo <u>SOLO ER</u>.

pq. el ahorro en el 1º periodo genera renta para el 2º periodo y el $l_2$ es normal"

$\Rightarrow \Delta$ renta $\Rightarrow \nabla$ oferta trabajo