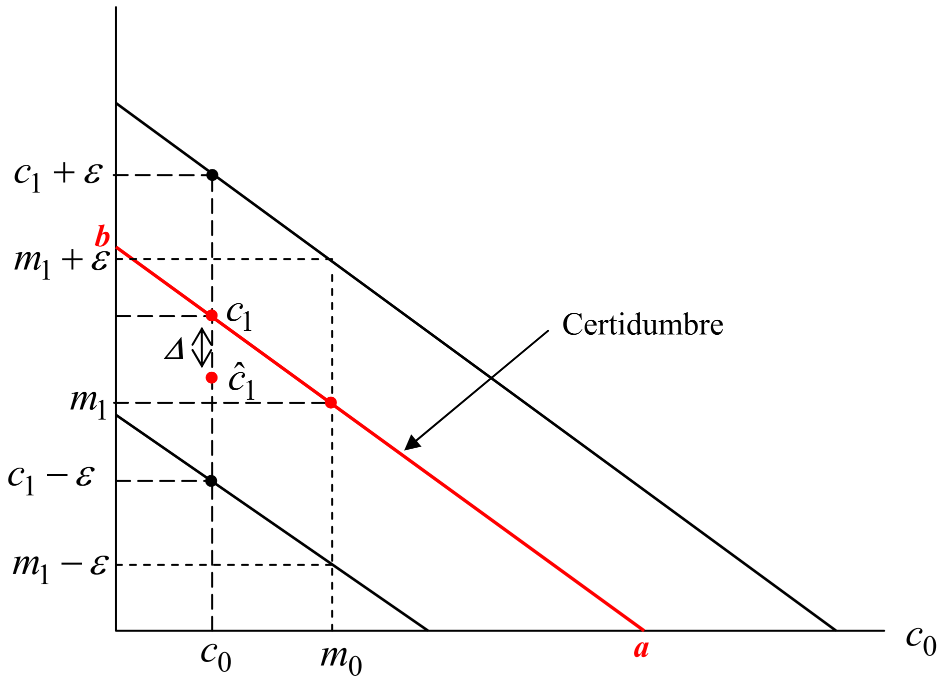
★ Consumo, ahorro e incertidumbre

Un individuo vive a lo largo de dos periodos, t=0,1. En t=0 su ingreso es cierto, m_0; en t=1 es incierto (por ej., si mantiene el trabajo, su ingreso es ≠ que si va al paro). Lo que puede hacer el individuo es estimar en t=0 la prob de quedarse en el paro en t=1 ⇒ su renta futura está definida por una ley de probabilidad (lotería). c_1

El tipo de interés es conocido y constante, $r > 0$. El ingreso futuro puede ser $m_1 + \varepsilon$ con prob ½) y $m_1 - \varepsilon$ (con prob ½, con lo cual $\tilde{\varepsilon}$ es una v.a. de media nula, $E[\tilde{\varepsilon}] = 0$ (lotería neutra o actuarialmente justa), y $Var[\tilde{\varepsilon}] = \sigma^2$.

Si comparamos este caso de incertidumbre con el caso en el que el individuo recibe m_1 con certeza en t=1, resulta



En certidumbre, la recta presupuestaria inter-temporal ***ab*** está generada por el flujo de rentas ciertas (m_0, m_1), el cual se puede transformar en un vector de consumo (c_0, c_1) sobre dicha recta gracias a la existencia de mdo de capitales.

En **incertidumbre**, el individuo desconoce su recta de balance. Será una u otra en función del estado de la naturaleza que se materialice, y los posibles valores de c_1 asociados a cada valor de c_0 dependen de la resolución de la incertidumbre

• **Cuál es el valor cierto de c_1, $\hat{c}_1$, que da al consumidor la misma utilidad que la lotería $(c_0, c_1 - \varepsilon)$ con prob ½ y $(c_0, c_1 + \varepsilon)$ con prob ½?**

Antes de nada, sabemos que:

- $\hat{c}_1 > c_1 - \varepsilon$, y
- $\hat{c}_1 < c_1$ si el individuo es averso al riesgo

$\hat{c}_1$ es tal que satisface $u(c_0, \hat{c}_1) = \frac{1}{2} u(c_0, c_1 - \varepsilon) + \frac{1}{2} u(c_0, c_1 + \varepsilon)$

Si aproximamos por Taylor esta expresión, resulta[1]

$$u(c_0, \hat{c}_1) + (\hat{c}_1 - c_0) u_1(c_0, c_1) = \frac{1}{2}\left[u(c_0, c_1) - E(\varepsilon) \cdot u_1(c_0, c_1) + \frac{E(\varepsilon^2)}{2} u_{11}(c_0, c_1) \right]$$

$$+ \frac{1}{2}\left[u(c_0, c_1) + E(\varepsilon) \cdot u_1(c_0, c_1) + \frac{E(\varepsilon^2)}{2} u_{11}(c_0, c_1) \right]$$

[1] Derivamos con respecto a la renta del periodo 1 porque es donde existe incertidumbre (la del periodo 0 es una renta cierta).

y simplificando,

$$(\hat{c}_1 - c_0) \approx \frac{\sigma^2}{2} \frac{u_{11}(c_0, c_1)}{u_1(c_0, c_1)}$$

Dado que $\hat{c}_1$ es el eq. cierto de la lotería $(c_0, c_1 - \varepsilon)$ con prob ½ y $(c_0, c_1 + \varepsilon)$ con prob ½, el LHS es el *pv* de dicha lotería y dado que $E(\tilde{\varepsilon}) = 0$, entonces $pv < 0$ para un consumidor averso al riesgo. Mientras que inicialmente disponía de c_0 y de una lotería, para desprenderse de ésta el individuo aceptaría $\hat{c}_1$ (menor que c_1)

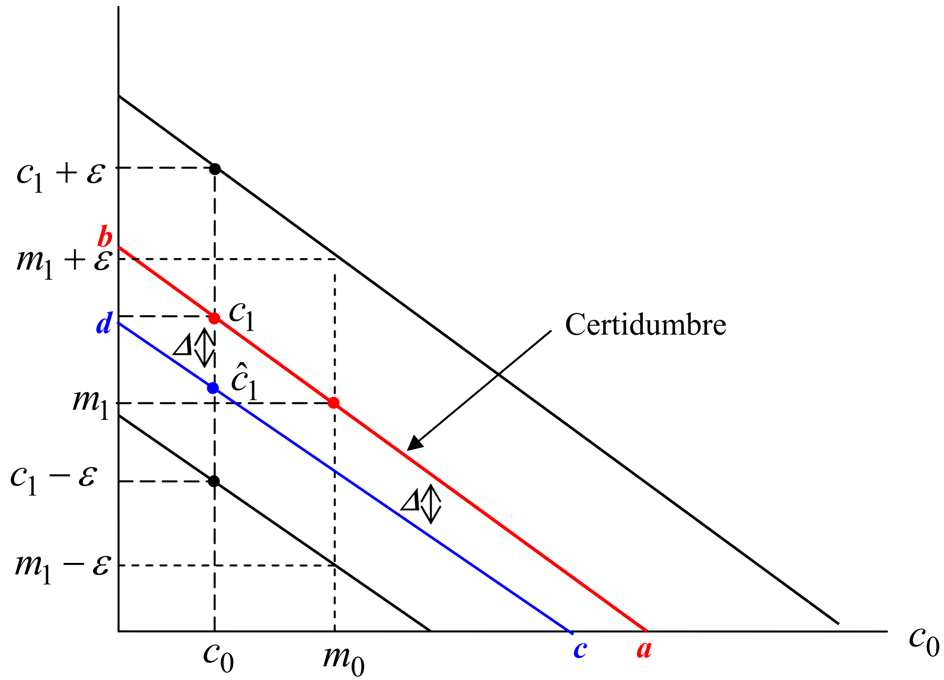
Como la prima de riesgo Δ asociada a una lotería es su esperanza matemática menos *pv*, resulta

$$\Delta = 0 - (\hat{c}_1 - c_0) = \frac{\sigma^2}{2} \left(- \frac{u_{11}(c_0, c_1)}{u_1(c_0, c_1)} \right)$$

resultado muy parecido al obtenido en secciones anteriores.

Si replicamos este argumento para cualquier otro valor de (c_0, c_1) a lo largo de la recta de balance en certidumbre, generamos una "recta de balance equivalente" (RBE), a partir de la cual el individuo está indiferente entre:

- Una situación aleatoria caracterizada por dos rectas equi-probables, y
- Las combinaciones de la RBE (recta de color azul)



$c_1 + \varepsilon$
b
$m_1 + \varepsilon$
c_1
d
Δ
$\hat{c}_1$
m_1
$c_1 - \varepsilon$
Δ
$m_1 - \varepsilon$
Certidumbre
c_0
m_0
c
a
c_0

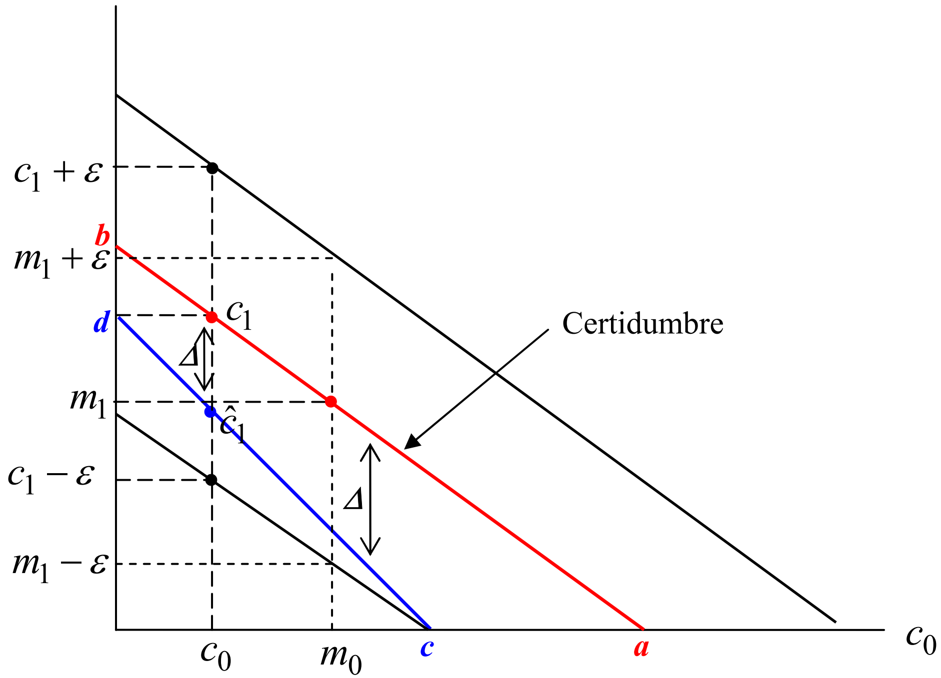
La RBE *cd* estará siempre por encima de la recta del estado malo y, para un individuo averso, estará siempre por debajo de la recta de balance bajo certidumbre. La posición exacta de la RBE depende de la Δ asociada a la lotería $\tilde{\varepsilon}$.

Hipótesis posibles:

1. Para todo (c_0, c_1) en la recta de balance ***ab***, la AAR es constante.

En este caso, la correspondiente prima de riesgo Δ también es constante, con lo cual la RBE está siempre por debajo y es paralela a la recta de balance en certidumbre ***ab***. La aversión al riesgo provoca un "efecto empobrecimiento"

2. La AAR es creciente al desplazarnos desde ***b*** hacia ***a***



En este caso, la Δ también es creciente al movernos desde ***b*** hacia ***a***, con lo cual la RBE se aleja de la recta de balance en certidumbre

Esta hp de una AAR creciente es plausible por dos razones:

(i) Al $\downarrow c_1$, el individuo no se atreverá a seguir con una lotería aditiva sobre c_1 dada (efecto empobrecimiento causado por la aversión al riesgo) (igual que en 1).

(ii) Cuando el individuo se habitúa a un elevado c_0, está menos dispuesto a aceptar loterías en c_1 ya que implican el riesgo de un menor nivel de consumo futuro. Este efecto es la divergencia entre el tipo de interés psicológico que el individuo percibe y la tasa de interés de mercado $\Rightarrow$ pendiente de ***cd*** mayor que pendiente de ***ab*** $\Rightarrow$ al $\downarrow c_0$ en 1 unidad el individuo $\uparrow \hat{c}_1$ en $(1+r)$ + un suplemento provocado por el $\downarrow \Delta$

3. AAR decreciente al desplazarnos desde ***b*** hacia ***a***

Completar…

RESUMEN

Este argumento, dadas las preferencias del individuo, permite transformar una situación de incertidumbre en otra equivalente con certidumbre. Así, dos individuos con las mismas oportunidades (m_0, m_1, r idénticos) tendrán, ante una misma lotería, RBE distintas si sus funciones de utilidad son distintas.