RIESGO MORAL

(i) Comportamiento (acciones) del A no observable para el P (o, simplemente, no verificable). P. ej.: si A puede ejercer distintos niveles de esfuerzo, con RM el P no sabe cuál de ellos lleva a cabo.

(ii) Hacer esfuerzo supone desutilidad para el A

(iii) Única variable contratable: el resultado al final del periodo

(iv) Contrato: lista de pagos $c = (w_1, ..., w_n)$ que indica el reparto de cada nivel de excedente x_i posible (w_i para el A y x_i-w_i para el P)

(v) P debe tener en cuenta que, una vez firmado contrato, A elige libremente el comportamiento que le resulte + ventajoso

(vi) P puede motivar al A por las consecuencias de su comportamiento (haciendo depender su remuneración del resultado)

Planteamiento del problema de RM

P puede estudiar qué esfuerzo desea que haga el A (pero no puede incorporar esto en los términos del contrato)

Problema del P: Determinar el contrato óptimo. El contrato óptimo debe conciliar dos aspectos:

(i) Eficiencia, en forma de reparto óptimo del riesgo entre las partes

(ii) Provisión adecuada de incentivos al A

Formalmente, si $\sum_{i=1}^{n} P_i(e)\times B(x_i - w(x_i))$ es el bº esperado del P, esto equivale a resolver el problema:

$$\max_{[e,\{w(x_i)_{i\in I}\}]} \sum_{i=1}^{n} P_i(e)\times B(x_i - w(x_i))$$

$$\text{s.a:}\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} P_i(e)\times u(w(x_i)) - v(e) \geq \overline{u} \\ \\ e \in \arg\max_{\hat{e}} \sum_{i=1}^{n} P_i(\hat{e})\times u(w(x_i)) - v(\hat{e}) \end{cases} \qquad (1)$$

La restricción CI contiene otro problema de max: Dada la libertad de decisión del A, la CI indica que el A elige el esfuerzo que max su utilidad esperada neta.

El caso + simple: Esfuerzo discreto (Dos niveles de esfuerzo)

- P neutral al riesgo, $B(x_i - w_i) = x_i - w_i$, (si A neutral, la solución es: franquicia)

- Dos niveles de esfuerzos $e \in \{e^H, e^L\}$; $v(e^H) > v(e^L)$: proveer el esfuerzo alto es + costoso para el A que proveer el esfuerzo bajo

- Si P desea inducir e^L, no hay problema de riesgo moral: basta con proponer un contrato al A dado por un pago fijo $w^{\min}$ que sature la RP: $w^{\min} = u^{-1}(\bar{u} + v(e^L))$

Resultado: Para inducir e^L, P paga una cantidad fija igual a la que pagaría en info simétrica para garantizar al A la utilidad de reserva (y se cumple la restricción CI)

- P desea e^H: Ya no sirve un pago fijo como antes: La restricción CI que garantiza que el A elegirá e^H es

$$\sum_{i=1}^{n} P_i(e^H) \times u(w(x_i)) - v(e^H) \geq \sum_{i=1}^{n} P_i(e^L) \times u(w(x_i)) - v(e^L),$$

donde $P_i(e^H) = P_i^H$ es la prob de obtener el resultado *i* habiendo realizado el esfuerzo e^H (lo mismo para el esfuerzo bajo)

El problema del P es:

$$\max_{\{w(x_i)_{i\in I}\}} \sum_{i=1}^{n} P_i^H \times (x_i - w(x_i))$$

$$\text{s.a: } \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} P_i^H \times u(w(x_i)) - v(e) \geq \bar{u} \\ \sum_{i=1}^{n} [P_i^H - P_i^L] \times u(w(x_i)) \geq v(e^H) - v(e^L) \end{cases} \qquad (2)$$

Ordenemos de peor a mejor los excedentes posibles, $x_1 < x_2 < ... < x_n$. Cada nivel de esfuerzo e genera una distribución de probabilidades $P_1(e), P_2(e), ..., P_n(e)$ sobre el resultado obtenido, siendo $P_i(e) = \Pr(x = x_i | e)$

Sup tambien que al aumentar el esfuerzo aumenta (estocásticamente) el valor del resultado obtenido, i.e., disminuye la prob de conseguir los peores niveles del resultado

Hipótesis: ***Dominancia estocástica de Primer Orden***:

$$\forall k \quad \sum_{i=1}^{k} P_i^H < \sum_{i=1}^{k} P_i^L \,,\; k = 1,\ldots,n-1 \qquad (3)$$

La prob de obtener un resultado malo (inferior o igual a x_k) es menor cuando se hace e^H que con e^L

Cuando las desigualdades (3) se cumplen, decimos que $P_1^H,\ldots,P_n^H$ domina estocásticamente a $P_1^L,\ldots,P_n^L$ en x

Ejemplo: Si hay dos resultados posibles, $x_1 < x_2$, y la matriz de prob es

	e^H	e^L
$P_1(e)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
$P_2(e)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

es claro que P_1^H, P_2^H domina estocásticamente a P_1^L, P_2^L.

El lagrangiano del problema (2) es

$$L(\{w(x_i)\}, \lambda, \mu) = \sum_{i=1}^{n} P_i^H \times (x_i - w(x_i)) + \lambda[\sum_{i=1}^{n} P_i^H \times u(w(x_i)) - v(e^H) - \bar{u}]$$

$$+ \mu[\sum_{i=1}^{n} [P_i^H - P_i^L] \times u(w(x_i)) - v(e^H) + v(e^L)]$$

CPO: Derivando con respecto a w_i,

$$-P_i^H + \lambda P_i^H u'(w(x_i)) + \mu[P_i^H - P_i^L] u'(w(x_i)) = 0, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

$$\frac{P_i^H}{u'(w(x_i))} = \lambda P_i^H + \mu[P_i^H - P_i^L] \tag{4}$$

$\div$ (4) por P_i^H,

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu\left[1 - \frac{P_i^L}{P_i^H}\right] \tag{5}$$

Proposición: $\lambda > 0$

Dem: Sumando (4) desde $i = 1$ hasta *n*,

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{P_i^H}{u'(w(x_i))} = \lambda \sum_{i=1}^{n} P_i^H + \mu \sum_{i=1}^{n} [P_i^H - P_i^L]$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \frac{P_i^H}{u'(w(x_i))} > 0$$

This means that RP is binding:

Proposición: $\mu > 0$ (para lo cual es condición suficiente que P_i^H domine estocásticamente a P_i^L)

(This jeans that CI is also binding)

Dem. (Obviar) Si $\mu = 0$, en (5) resulta $u'(w(x_1)) = ... = u'(w(x_n)) = \dfrac{1}{\lambda} \equiv cte$, con lo cual $w_1 = ... = w_n = w$. Pero entonces CI se transforma en

….

e^L viola CI

Si $\mu < 0$, en (5) resulta

$$\frac{1}{u'(w(x_i))}\begin{cases} > \lambda, & si \quad P_i^L > P_i^H \\ = \lambda, & si \quad P_i^L = P_i^H \\ < \lambda, & si \quad P_i^L < P_i^H \end{cases}$$

En el modelo de base, cambiando $\bar{u}$ podemos hacer que $\hat{\lambda}$ adopte cualquier valor positivo

…

PROPOSICIÓN: Siendo $\lambda, \mu > 0$, la solución del problema del P es

$$u'(w(x_i)) = \left[\frac{1}{\lambda + \mu \left(1 - \frac{P_i^L}{P_i^H} \right)} \right] \quad \Rightarrow \quad w(x_i) = (u')^{-1} \left[\frac{1}{\lambda + \mu \left(1 - \frac{P_i^L}{P_i^H} \right)} \right]$$

El pago varía en función del resultado (aunque no exactamente), sii el cociente de verosimilitud $\frac{P_i^L}{P_i^H}$ decrece con i. Ésta es la llamada propiedad del cociente de verosimilitud monótono (monotone likelihood ratio property)

Proposición (Monotone Likelihood Ratio Property). El salario es creciente en *i* sii LR es decreciente en *i*.

Cuanto + pequeño el cociente de verosimilitud mayor es P_i^H con respecto a P_i^L y, por tanto, + fuerte es la señal de que el esfuerzo elegido ha sido e^H. Es + probable que el esfuerzo elegido haya sido e^H si observamos el resultado x_i.

Conclusión: Si P paga en función del resultado es porque éste es el único medio de influir sobre el esfuerzo del A, no porque no pueda prever el comportamiento que adoptará el A cuando firma el contrato.

Esfuerzo continuo

- $e \in [0,1]$. Dificultades técnicas por el doble problema de max existente

- Solución del problema (enfoque de primer orden): Sustituir el program de max del A (restricción CI) por la CPO de dicho programa. Segunda restricción del programa del P se sustituye por

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{dP_i(e)}{de} u(w(x_i)) - v'(e) = 0$$

Entonces, CPO resulta

$$-P_i'(e) + \lambda\, P_i\, u'(w(x_i)) + \mu\, P_i'(e)\, u'(w(x_i)) = 0, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

$$\frac{1}{u'(w(x_i))} = \lambda + \mu \frac{P_i'(e)}{P_i(e)}$$

La forma de los pagos en función del resultado depende de la forma que adopte la función $\frac{P_i'(e)}{P_i(e)}$.

Si $\frac{P_i'(e)}{P_i(e)}$ creciente en *i*, $w(x_i)$ creciente en *i*.

Problema:

La f.u. es cóncava en *e*

La función esperanza de utilidad $Eu(e) = \sum_{i=1}^{n} P_i(e)\, u(w(x_i)) - v(e)$ sólo es e-cóncava en *e*

$$\sum_{i=1}^{n} P_i''(e)\, u(w(x_i)) < 0$$

bajo supuestos adicionales

Sea f la densidad de distribución de x

$$\int_{\underline{x}}^{\overline{x}} u(w(x)) \frac{\partial^2 f}{\partial e^2} dx - v''(e) < 0$$

Tenemos la forma $\int u\, v' = u\, v - \int u'\, v$, $u' = u'(w(x))\, w'(x)$, $v = \dfrac{\partial^2 F}{\partial e^2}$

Entonces

$$\int_{\underline{x}}^{\overline{x}} u(w(x))\frac{\partial^2 f}{\partial e^2}dx = \left[u(w(x))\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2}\right]_{\underline{x}}^{\overline{x}} - \int_{\underline{x}}^{\overline{x}} u'(w(x))\, w'(x)\frac{\partial^2 F(x)}{\partial e^2}dx$$

$$= -\int_{\underline{x}}^{\overline{x}} u'(w(x))\, w'(x)\frac{\partial^2 F(x)}{\partial e^2}dx \leq 0 \text{ sii } \frac{\partial^2 F(x)}{\partial e^2} \geq 0$$

La CSO implica convexidad de la función de distribución.

APLICACIONES

Ver Documento Riesgo Moral en esta Carpeta