El modelo

Consideremos un mercado (mercado de coches de segunda mano) con un número elevado de compradores y vendedores. En el mercado hay coches de dos tipos: coches de alta calidad y coches de baja calidad. Para un comprador, el valor de un coche de alta calidad es v^A (esto es lo máximo que estará dispuesto a pagar por un coche de alta calidad) y el de un coche de baja calidad es v^B, $v^A > v^B$. Para un vendedor, el coste de un coche de alta calidad es c^A (esto es lo mínimo por lo que un vendedor de un coche bueno aceptará venderlo) y el de un coche de baja calidad es c^B, $c^A > c^B$. Supongamos que $v^A > c^A$ y $v^B > c^B$ para que haya posibillidad de intercambio. Estas disposiciones a comprar y vender son conocidas por todos. Además, todo el mundo sabe que una proporción θ de todos los coches es de alta calidad mientras que una proporción $1 - \theta$ de todos los coches es de baja calidad, $0 < \theta < 1$. La oferta de coches es fija mientras que la demanda es ilimitada.

Calidad de los coches observable

¿Qué coches se venderán y a qué precio si la calidad de los coches es observable, i.e. si los vendedores no tienen mejor información sobre la calidad de sus coches que los compradores? En un mundo de información simétrica, en el que compradores y vendedores conocen la calidad de los productos, habría dos mercados diferentes: uno para los coches buenos y otro para los coches malos, porque en cada mercado el máximo que los vendedores están dispuestos a pagar excede al mínimo que los vendedores están dispuestos a aceptar. Por lo tanto, habrá ganancias del intercambio y todas las ganancias se agotarán. En este contexto y dado que la demanda es ilimitada y la oferta fija, se venden todos los coches: los cacharros a un precio $p^B = c^B$ y las gangas a un precio $p^A = c^A$.

Calidad no observable

En realidad es de esperar que la información sea asimétrica: que los vendedores tengan información sobre la calidad de sus coches, pero los compradores no. ¿Qué coches, y a qué precio, se venderán en este caso?

Ahora no tiene sentido para un comprador tener una valoración v^A o v^B por un coche elegido al azar. La mejor suposición que puede hacer de la calidad de un coche, en este caso, es la calidad media. Por lo tanto, un comprador debe estar dispuesto a pagar por un coche cuya calidad desconoce $\overline{v} = \theta v^A + (1 - \theta)v^B$, con $v^B < \overline{v} < v^A$, dado que $0 < \theta < 1$.

Lo que ocurra en estas circunstancias es preciso analizarlo a la luz de diversos escenarios de precios:

- $p < c^B$ o, lo que es lo mismo, $\overline{v} < c^B$

  En este caso, no se vende ningún coche.
- $c^B \leq p < c^A$ o, lo que es lo mismo, $c^B \leq \overline{v} < c^A$

  En este caso, los vendedores saben que no habrá gangas en el mercado, por lo que sólo se venderán cacharros. Bajo esta condición tenemos un equilibrio separador en el que los únicos coches que salen al mercado son los de baja calidad. La presencia de coches de baja calidad expulsa, pues, a los de alta calidad. Caemos en un problema de selección adversa.
- $p \geq c^A$ o, lo que es lo mismo, $\overline{v} \geq c^A$

  Ahora tenemos un equilibrio agrupador (ambos tipos de coches existen en el mercado). Dado que puede haber tanto cacharros como gangas, los compradores saben que los vendedores podrán engañarlos.

Hipótesis: Si un vendedor no vende su coche, su ingreso es cero.

Equilibrio con señalización

La idea del equilibrio con señalización es que los vendedores de coches de alta calidad estarían dipuestos a someterse a un coste adicional (señal de mercado) para diferenciarse del vendedor de cacharros. Por ejemplo, ofrecer una garantía sobre la calidad del coche. Supongamos que un agente intermediario certifica que un coche es de alta calidad, siempre que el vendedor pague un precio $F > 0$.

La parte informada juega primero y, antes de firmar el contrato, emite una señal que puede revelar información sobre el tipo (si es bueno o malo). Esta señal tiene un coste que depende del tipo (al vendedor de un coche malo le sale más costoso someterse a una garantía que al vendedor de un coche bueno). Si algunos vendedores invierten en la señal y otros no, los compradores inferirán que todos los vendedores que invierten en la señal tienen coches de alta calidad y los que no invierten tienen coches de baja calidad. Por el contrario, si todos los vendedores invierten en la señal, la señal no transmite información alguna, en cuyo caso los compradores seguirán teniendo valoración $\overline{v}$ por cada coche.

¿Cómo determinar un equilibrio en el que los vendedores de coches de alta calidad inviertan en la señal, pero no los de coches de baja calidad? Adoptemos como punto de referencia una situación en la que $c^B \leq \overline{v} < c^A$ y ningún vendedor invierte en señales (equilibrio sin señalización). En este caso, los compradores saben que los únicos coches que saldrán al mercado son los de baja calidad: selección adversa.

Supongamos ahora que los vendedores de coches de mala calidad no invierten en la señal. Si los vendedores de coches de alta calidad tampoco invierten en la señal, los compradores desconocerán la calidad de un coche, con lo cual pagarán por él $\overline{v}$ con independencia de si es bueno o malo, y el beneficio para el vendedor de un coche de alta calidad, dado que $\overline{v} < c^A$, es nulo (por la Hipótesis 1). Si, por el contrario, el vendedor de un coche bueno invierte en la señal, su beneficio será $v^A - c^A - F$. Por lo tanto, el vendedor de un coche bueno invertirá en la señal sii $v^A - c^A - F > 0$, i.e. sii

$$F < v^A - c^A. \qquad \#$$

Hemos asumido que los vendedores de coches de baja calidad no invierten en la señal. Ahora necesitamos especificar una condición que haga esta hipótesis cierta. Dado que los vendedores de coches de alta calidad invierten en la señal, los vendedores de coches de baja calidad si ellos también invierten en la señal obtendrán el beneficio $\overline{v} - c^B - F$, mientras que si no invierten en la señal (en cuyo caso, los compradores saben que tienen coches de baja calidad), obtendrán $v^B - c^B$. En consecuencia, los vendedores de coches de baja calidad no invertirán en la señal sii $v^B - c^B \geq \overline{v} - c^B - F$, i.e. sii

$$F \geq \overline{v} - v^B. \qquad \#$$

Teniendo en cuenta (ref: b1)-(ref: b2), es claro que para que exista un equilibrio separador en el juego con señales ha de verificarse

$$\overline{v} - v^B \leq F < v^A - c^A. \qquad \#$$

El coste de la señal, F, no debe ser ni muy alto (para no desincentivar a los vendedores de coches de alta calidad a invertir en la señal), ni muy bajo (ya que ello animaría a los vendedores de coches de baja calidad a invertir en la señal).

Lo que nos queda por mostrar es que el intervalo definido en (ref: c) es un intervalo válido.

Proposition *Existe equilibrio separador en el juego con señales sii* $\theta < \frac{1}{2}$.

Demostración. Tenemos que probar que el extremo superior del intervalo es mayor que el inferior, $v^A - c^A > \overline{v} - v^B$:

$$\begin{aligned} v^A - c^A - (\overline{v} - v^B) &= v^A - c^A - \overline{v} + v^B \\ &= v^A - c^A + v^B - \theta v^A - (1-\theta)v^B \\ &= (1-\theta)v^A + \theta v^B - c^A \end{aligned} \quad \#$$

Recordemos que construimos el signaling equilibrium utilizando como punto de referencia la situación en la que $c^B \leq \overline{v} < c^A$ y que da lugar a un equilibrio (sin señalización) donde sólo los coches de baja calidad están en el mercado (selección adversa). Pero $\overline{v} < c^A$ implica $\overline{v} - c^A < 0$ o, lo que es lo mismo, $\theta v^A + (1-\theta)v^B - c^A < 0$. Necesitamos probar que la expresión (ref: c1) es positiva para que el intervalo esté bien definido y exista un equilibrio de señalización. Dado que

$$\theta v^A + (1-\theta)v^B - c^A < 0,$$

una condición necesaria (aunque no suficiente) para que $(1-\theta)v^A + \theta v^B - c^A > 0$ es que $1-\theta > \theta \Rightarrow \theta < \frac{1}{2}$.■

Este resultado indica que existe equilibrio separador en el juego de señalización en el cual sólo los coches buenos se señalizan si la proporción de coches de alta calidad es suficientemente pequeña. La idea intuitiva es que la señalización para un vendedor con un coche de alta calidad es rentable si hay pocos coches de alta calidad.

Dada la condición anterior, ¿es posible que los vendedores de coches de baja calidad inviertan en la señal pero no los de alta calidad? No. El vendedor de un coche de baja calidad obtiene $\overline{v} - c^B$ si nadie invierte en la señal y $v^A - c^B - F$ si sólo invierten los vendedores de coches de baja calidad. Y es inmediato probar que

$$\overline{v} - c^B > v^A - c^B - F$$

dado el equilibrio de señalización arriba indicado. Por tanto, no les resulta rentable enviar la señal.

Señales en el mercado de trabajo: CV

En este caso, la parte informada también juega primero y emite una señal que puede revelar información sobre un tipo. El coste de la señal es menor para el tipo bueno que para el tipo malo.

Una empresa contrata trabajadores, cuya habilidad innata es conocida sólo por cada trabajador. Tanto la habilidad (que puede ser baja o alta, $h \in \{1,2\}$) como las proporciones de trabajadores con habilidad alta y baja (que son iguales, para simplificar) es información conocida por todo el mundo.

Las empresas contratan en un mundo competitivo y los (futuros) trabajadores se educan entre 0 y 20 años, $e \in (0,20]$. Un trabajador produce $h \cdot e$, pero la empresa no conoce h; sin embargo, observa e (CV). La función de beneficios de la empresa es

$$\Pi(\omega, e) = h \cdot e - \omega,$$

mientras que los trabajadores tienen la función de utilidad

$$U_h(w,e) = f(w) - K_h \cdot g(e),$$

donde $f' > 0$ y $f'' \leq 0$, $g' > 0$ y $g'' \geq 0$. En el espacio $\{e,\omega\}$, las curvas de indiferencia de los trabajadores de tipo 1 y 2 se cortan una vez porque las primeras tienen mayor pendiente:

como al trabajador tipo 1 le cuesta más educarse que al tipo 2, $K_1 > K_2$, cada aumento en e debe ser acompañado por un aumento en w mayor para el trabajador tipo 1 que para el trabajador tipo 2. En efecto,

$$f'(w)dw - K_h g'(e)de = 0$$

implica que

$$\frac{dw}{de} = K_h \frac{g'(e)}{f'(e)} > 0,$$

y dado que $K_1 > K_2$, resulta

$$\frac{dw}{de}\rfloor_{h=1} > \frac{dw}{de}\rfloor_{h=2}$$