MODELO DE BASE (INFO SIMÉTRICA)

Descripción del modelo:

- Dos individuos (P y A) establecen un contrato

- Relación permite obtener un resultado cuyo valor monetario denotamos por x

- Al conjunto de todos los posibles resultados lo llamamos X, $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$

- Resultado final depende del esfuerzo e que A incorpora a su tarea y de la realización de una v.a. sobre la que ambas partes tienen la misma distribución a priori. Esto implica que el resultado va a ser una v.a: $x = x(e, \varepsilon)$; $e \in A$, $A = \{e_1, e_2, \ldots\}$

● Considerando X finito, la probabilidad de obtener un resultado x_i condicionado a un esfuerzo e se escribe como

$$\Pr[x = x_i / e] = P_i(e), \ \forall i \in \{1,2,...,n\}$$

Si $X = \{x_1,...,x_n\} \Rightarrow P_i(e) > 0$ y $\sum_{i=1}^{n} P_i(e) = 1, \ \forall e, i$

[Si X es continuo, denotaremos por $f(x;e)$ la densidad condicionada al esfuerzo del A]

● Funciones de utilidad de todos los participantes son vNM

P: recibe la producción y debe pagar al A. No se interesa directamente por el esfuerzo, sino únicamente por el resultado (neto). Puede ser neutral o averso al riesgo

$$B(x - w), \text{ con } B' > 0, B'' \leq 0$$

A: recibe un pago e incorpora en su f.u. el esfuerzo que supone un coste (convexo). F.u. aditiva:

$$u(w,e) = u(w) - v(e)$$

Averso al riesgo: $u'(w) > 0$, $u''(w) < 0$; $v'(e) > 0$, $v''(w) > 0$.

Problema básico: Conflicto de intereses

Situación de referencia

Suponiendo que toda la info es pública (no hay info privada), el problema es diseñar un contrato que el A acepte en un contexto en el que (i) ambas partes tienen la misma info y (ii) todas las vs relevantes son verificables (y por tanto contratables)

Solución (eficiente en términos de Pareto)

$$\max_{[e,\{w(x_i)_{i\in I}\}]} \sum_{i=1}^{n} P_i(e)\times B(x_i - w(x_i))$$

$$\text{s.a:} \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} P_i(e)[u(w(x_i)) - v(e)] \geq \overline{u} \\ \\ \forall e\in A,\ \sum_{i=1}^{n} P_i(e)[u(w(x_i)) - v(e)] \geq \sum_{i=1}^{n} P_i(e')[u(w(x_i)) - v(e')] \end{cases} \quad (1)$$

La primera restricción del problema (1) es la llamada RP o de racionalidad individual

La segunda restricción es la CI

DOS problemas en (1): Dado e, encontrar el mejor contrato y, fijado contrato, encontrar el esfuerzo e óptimo

Fijemos $e = \hat{e}$. Entonces podemos olvidar la 2ª restricción del problema (1). El lagrangiano que resulta es

$$L(\cdot) = \sum_{i=1}^{n} P_i(e) \times B(x_i - w(x_i)) + \lambda \, [\sum_{i=1}^{n} P_i(e) \times u(w(x_i)) - v(e) - \overline{u}\,]$$

CPO

$$0 = \frac{\partial L}{\partial w(x_i)} = -P_i(e) \times B'(x_i - w(x_i)) + \lambda [P_i(e) \times u'(w(x_i)]$$

$$\lambda = \frac{B'(x_i - w(x_i))}{u'(w(x_i))} \qquad (2)$$

Resultado: $\lambda > 0$.

Dem: $B'(\cdot) = 0$ no es posible; $u'(\cdot) \to \infty$ también imposible.

Reparto óptimo del riesgo implica que se verifique la condición $\frac{B'(x_i - w(x_i))}{u'(w(x_i))} = cte$, i.e., el cociente de UMa debe ser el mismo cualquiera que sea el resultado final x.

CASOS EXTREMOS:

① **P neutral al riesgo:**

$B'(\cdot) = cte$ (Por ej. $B(x-w) = x-w$)

⇨ $\lambda = \dfrac{1}{u'(w(x_i))}$, con lo cual $u'(w(x_i))$ es cte, independiente de x_i

A recibe un pago independiente del resultado (salario fijo)

Reparto óptimo del riesgo lleva a que P asuma todo el riesgo y asegure completamente al A

El pago w^* al A será función únicamente del esfuerzo exigido, $w(x_i) = cte$

A partir de $\sum_{i=1}^{n} P_i(e) \times u(w(x_i)) = \bar{u} + v(e)$, resulta

$$w^*(x_i) = u^{-1}(\bar{u} + v(e))$$

② A neutral al riesgo

P averso al riesgo, $B''() < 0$

$$u''() = cte \;\Rightarrow \lambda = \frac{B'(x_i - w(x_i))}{cte} \Rightarrow B'(x_i - w(x_i)) = cte$$

Ahora, el beneficio del P es independiente del resultado

Reparto óptimo del riesgo: A asume todo el riesgo y asegura al P ante las oscilaciones del resultado

Contrato de franquicia: A se lleva el resultado x y paga al P una cantidad fija k independiente del resultado. "Traspaso del bar al camarero".

Si establecemos la cte=1, entonces $\lambda = B'(x_i - w(x_i))$ e invirtiendo B', $(B')^{-1}(\lambda) = x_i - w(x_i)$ $\Rightarrow w(x_i) = x_i - (B')^{-1}(\lambda) = x_i - k$

$$(B')^{-1}(\lambda) = cte = k$$

Entonces

$$\sum_{i=1}^{n} P_i(e^*) \times (x_i - k) = \overline{u} + v(e^*) \qquad \Rightarrow k = \sum_{i=1}^{n} P_i(e) \times x_i - [\overline{u} + v(e^*)]$$

La cantidad k fijada por P es la diferencia entre el bº esperado de la actividad menos la compensación entregada al A para que acepte el contrato.

③ **P y A son aversos al riesgo**

Cada uno sufrirá una parte de la dispersión del resultado (riesgo). La CPO de Kuhn-Tucker del programa (1) se puede escribir como

$$-B'(x_i - w^*(x_i)) + \lambda^* u'(w^*(x_i)) = 0$$

Derivando c.r.a. x_i, resulta

$$-B''(x_i - w^*(x_i)) \times \left[1 - \frac{dw^*}{dx_i}\right] + \lambda^* u'' \frac{dw^*}{dx_i} = 0$$

y dado que $\lambda^* = \dfrac{B'(x_i - w^*(x_i))}{u'(w^*(x_i))}$, entonces

$$-\frac{B''(\cdot)}{B'(\cdot)}\left[1 - \frac{dw^*}{dx_i}\right] + \frac{u''}{u'}\frac{dw^*}{dx_i} = 0$$

Si denotamos: $r_P = -\frac{B''}{B'}$ el grado de aversión al riesgo del P

$r_A = -\frac{u''}{u'}$ grado de aversión al riesgo del A,

la ecuación resultante es

$$\frac{dw^*}{dx_i} = \frac{r_P}{r_P + r_A}$$

que muestra cómo cambia el salario del A ante una mejora del resultado según los grados de aversión al riesgo de los participantes.